

9349

Bibl. Jag.

II



115/53 Sur la formation de veines d'afflux dans les laves de Bell. A. G. 1904

371-84
in anemone

Un des phénomènes les plus ordinaires et très peu étudiés cependant

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

2

42

Belincola nigra

des variétés
complexes

(1891)

hypotheses que lui occurent

Et il faut remarquer qu'elle ne se peut pas concilier sans contradiction
avec cette théorie n'a

En lieu de dépasser cette limite ^{le liquide se déchirerait} il ~~se déchirerait~~ et il y produirait une
la rupture engendrait une surface de déchirure.

la supposition des
 En effet, l'hypothèse des surfaces de discontinuité (quoique légitime
~~où une partie du liquide glisse sur l'autre, animée d'une vitesse différente~~
 où deux parties du liquide à vitesses différentes sont en contact)
 justifiée dans le cas des liquides idéels, est ~~absolument~~ inadmissible
 pour les liquides réels, dotés d'une certaine viscosité, puisque les tensions
 tangentes ~~deviendraient~~ ~~devraient~~ ~~devenir~~ infinies.

~~On ^{en} pourrait faire usage avantageux quelquefois comme d'une fiction~~
 mathématique

On ne peut que la regarder comme une fiction mathématique, dont l'usage
 quelquefois peut être
~~peut être~~ ~~quelques~~ ~~avantageux~~ (d'ailleurs ~~on~~ ~~pourrait~~) qu'on ait prouvé
 que les conséquences ne sont ^{n'ont une valeur fictive} ~~pas~~ de nature fictive, eux aussi.

~~Car ce qui me paraît le plus important c'est que~~
 et ~~car~~ surtout, la supposition des liquides idéels s'écarterait ~~de la~~
~~qui est plus important~~
 réalité dans un détail de la plus grande importance, en admettant un
 glissement parfait le long des parois du vaisseau et de l'organe, tandis que les
 liquides réels y forment une couche adhérente immobile.

D'autre part, comme j'ai démontré dans... les équations
 ordinaires des fluides ~~qui~~ ^{si on} ~~tiennent compte de la viscosité~~ sont représentés pour prouver la nécessité
 d'un des phénomènes caractéristique en question : de l'asymétrie des lignes
 de flux, par rapport à la surface parois de réparation.

Lorsque le mouvement est assez lent pour ~~négliger~~ permettre l'omission
 des termes du second degré ~~dans~~ ^{par rapport aux termes} les équations du mouvement
 en comparaison avec ceux du premier degré

[Faint, illegible handwriting throughout the page, likely bleed-through from the reverse side.]

~~ne changeant pas~~ ^{sort pas} par la substitution de au lieu de
c'est à dire les lignes de flux ne changeant pas de forme (uniquement de direction) par suite d'une inversion des différences de pression, et par conséquent elles doivent être symétriques des deux côtés de l'orifice, pourvu que les parois ~~de l'écoulement~~ soient symétriques.

Mais à mesure ^{d'accroissement des vitesses} ~~que la vitesse ou~~ ^(les termes) d'inertie gagnent d'importance, la substitution mentionnée cesse d'être ~~possible~~ ^{applicable} et le mouvement devient asymétrique.

^{d'ailleurs} Il est facile de parvenir à la conclusion ^{le résultat sera une} ~~que ces phénomènes~~
~~produisant un changement de forme dans le sens indiqué au commencement~~
~~de cette étude~~ ^{tendance au changement du mouvement} des phénomènes en question.

^{c'était le but de}
Or l'étude expérimentale exposée ci-dessus: ^{d'après notre expérience} de trancher
la question si c'est l'effet de l'inertie et de la viscosité, ou bien
si c'est la formation de surfaces de rupture ^{d'après Helmholtz},
~~dans les cas où la pression, à paroi est nulle,~~
qui produit le ~~phénomène~~ phénomène des vagues d'afflux.

Les expériences étaient basées sur la méthode bien connue, ^{d'étudier}
~~le mouvement de l'éprouvette~~ ^{faisant de faire}
~~les lignes de flux se en y laissant~~ ^{entrer une matière colorante dans un}
^{de l'éprouvette en mouvement} certain point, ce qui ^{est visible} permet d'observer et ^{de} ^{construire} la ligne
de flux qui ^{y passe} ~~se présente~~ et de la copier.

^{Je choisis l'exemple le}
Comme ~~est~~ plus simple et le mieux défini: l'afflux par une ouverture
dans une paroi mince. Cette paroi était représentée par une feuille de cuivre ^{dure}.

[The page contains extremely faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side. The text is organized into several paragraphs, with some lines appearing as distinct headings or section breaks. The overall structure suggests a formal document or report.]

^{séparant}
épaisseur, qui ~~faissait~~ ^{separant} les deux parties d'un tube
en verre (diamètre ^{bas, aplatis et polis, y étaient} ~~assez~~ dont les ^{extériorité} ~~extériorité~~ ^{étaient aplatis} ~~étaient~~
^{au centre de la} ~~sauf elle~~. L'ouverture, ^{était traversée par le} ~~qui permettait le passage du liquide~~
avait une forme circulaire (d'en) ; ses bords étaient arrondis.

Les extrémités opposées des tubes étaient fermées par des bouchons, ^{avec des} ~~par~~
~~deux~~ tuyaux d'entrée et de décharge, dont l'un était construit d'une
façon spéciale, avec une pointe perçue d'un fort petit trou, ce qui avait pour
but d'obtenir le mouvement comme il était nécessaire d'employer des vitesses
très petites. ^{On peut dire que les vitesses choisies étaient déterminées par le caractère du mouvement}
après du tuyau de décharge, ~~par~~ ^{et de leur poids moyen} ~~déterminé~~
des gouttes ~~se formaient~~, ^{qui se formaient} ~~et qui permettaient de~~ ^{obtenir par une détermination}
~~par détermination~~

L'introduction de la matière colorante se faisait par moyen d'un tube
prolongé et terminé par un ^{mince} ~~capillaire~~ de forme extérieure et guidé
par moyen d'un anneau et d'une boîte hermétique de façon que le point,
d'où sortait la matière colorante, pouvait être plus ou moins approché à la
parois de séparation, et en même temps en ^{admettant en outre, une} ~~permettant~~ ^{une rotation latérale}
Le liquide coloré y sortait en quantités très petites, pour éviter l'influence sur les
loges de flux, par suite de la pression ^{hydrostatique} ~~exercée~~ ^{sur un petit réservoir} ~~situé plus haut~~
C'était de l'encre bleue ordinaire (=) ^{dont j'ai fait usage}
sa densité était mesurée et ~~la~~ ^{celle} ~~la densité~~ de l'eau employée y était égale
par l'addition d'une petite quantité de sel ---

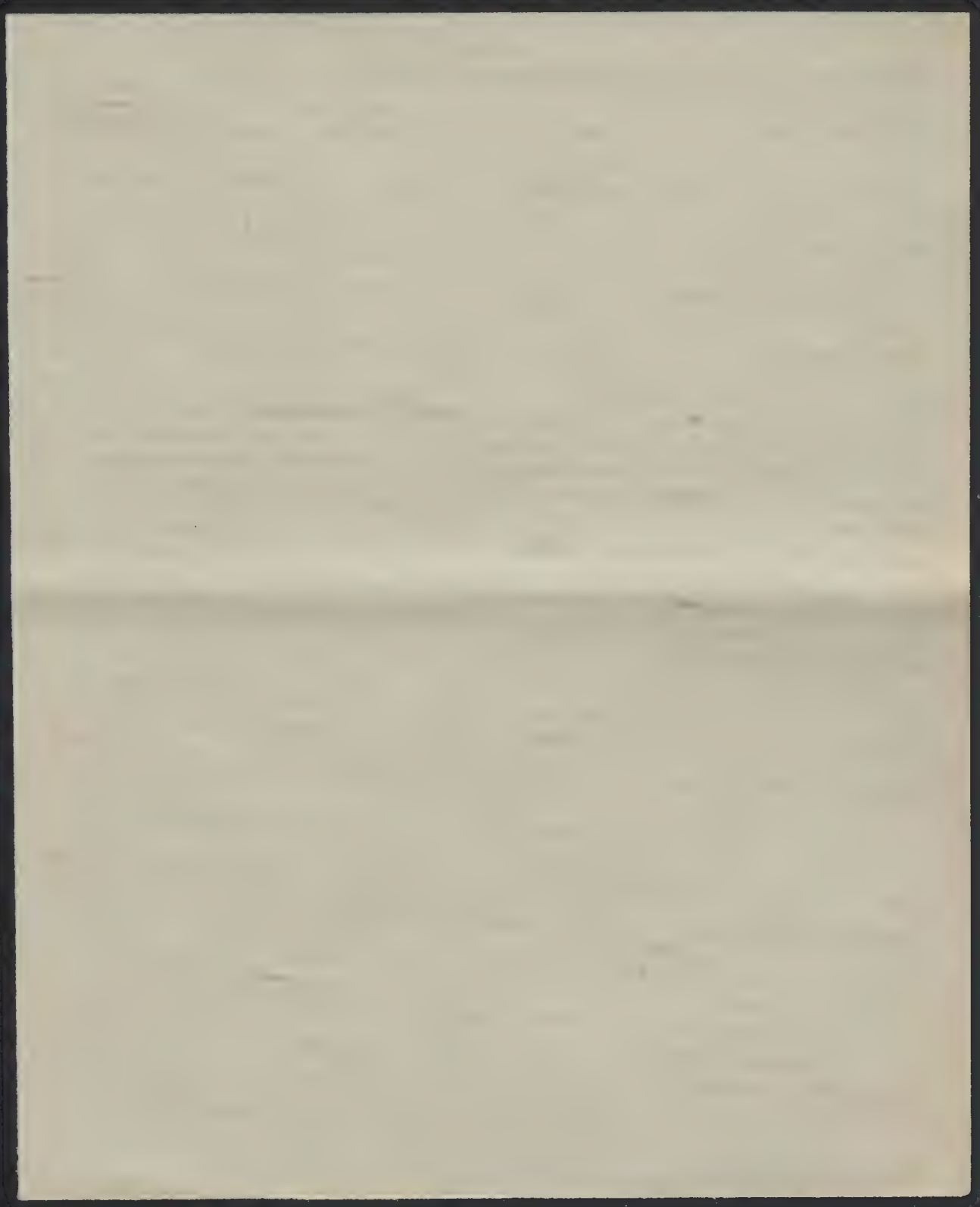
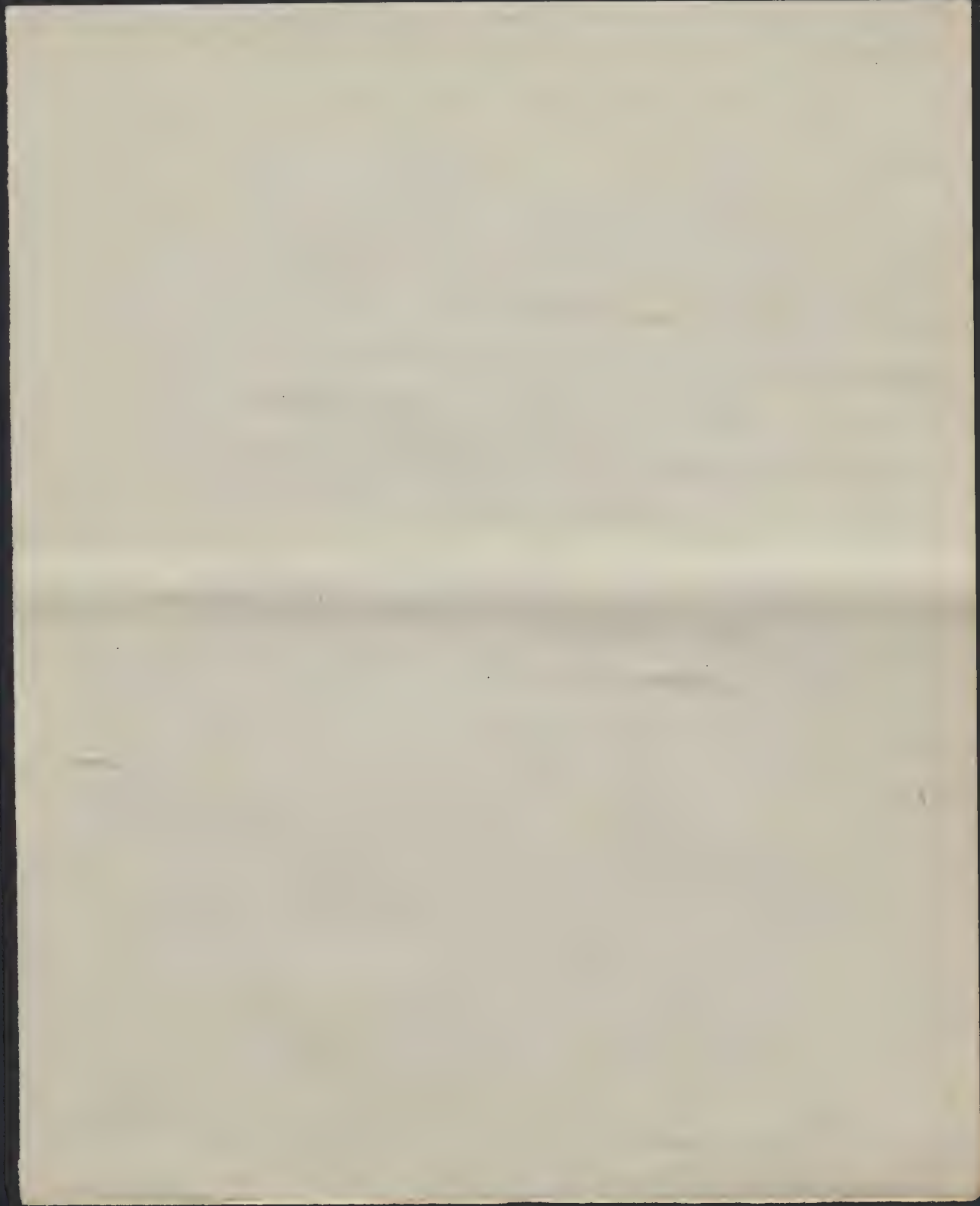


image produit sur la table, par moyen ~~Miroir en position~~ ^{réfléchissant les rayons incidents perpendiculaires sur}
d'un miroir incliné et d'un prisme à réflexion totale.

il fallait envelopper l'appareil
avec la même liqueur que le tube intérieur. Ces difficultés disparaissent,
d'ailleurs, pour la plupart avec l'emploi des liqueurs plus visqueuses, surtout
d'autant plus qu'il y faut employer comme nous venons plus loin de
~~la~~ d'une imperfection extrême
grands. ces précautions il ~~faut~~^{fallait} prendre ~~soin~~^{soin} ~~d'éviter~~^{de} les liquides employés

ces précautions il ~~est~~ ^{est} ~~peu~~ ^{peu} ~~possible~~ ^{possible} ~~de~~ ^{de} ~~les~~ ^{les} ~~éviter~~ ^{éviter} ~~entièrement~~ ^{entièrement} ~~car~~ ^{car} ~~il~~ ^{il} ~~en~~ ^{en} ~~avait~~ ^{avait} ~~quelques~~ ^{quelques} ~~embarras~~ ^{embarras} ~~par~~ ^{par} ~~fait~~ ^{fait} ~~puisque~~ ^{puisque} ~~la~~ ^{la} ~~moindre~~ ^{moindre} ~~particule~~ ^{particule} ~~de~~ ^{de} ~~poussière~~ ^{poussière} ~~suffisant~~ ^{suffisant} ~~à~~ ^à ~~égaler~~ ^{égaler} ~~la~~ ^{la} ~~plus~~ ^{plus} ~~collante~~ ^{collante} ~~et~~ ^{et} ~~l'ouverture~~ ^{l'ouverture} ~~et~~ ^{et} ~~dans~~ ^{dans} ~~des~~ ^{des} ~~expériences~~ ^{expériences} ~~à~~ ^à ~~presque~~ ^{presque} ~~diminuée~~ ^{diminuée} ~~multitudes~~ ^{multitudes} ~~plus~~ ^{plus} ~~loin~~ ^{loin},
 de la fermeture ^{jonction} hermétique de toutes les pièces ^{parties du conduit} ~~appart~~ ^{appart} ~~de~~ ^{de} ~~contact~~ ^{contact} ~~hermétique~~ ^{hermétique}

$\frac{pa}{mkr}$



En concordance avec nos remarques nous l'importance de l'inertie et de la viscosité
 l'asymétrie s'accuse de plus en plus ^{vers} à mesure d'accroissement de la tangence ~~et~~ ~~la~~ ~~tourbillon~~
~~est jusqu'à un point~~ obtenues avec la même vitesse ^{est} ~~sur~~ ~~montre~~ que des traces, et il converge

sans doute à une limite asymétrique pour des vitesses croissantes.

U Cette disparition ^{produite} de la symétrie et ~~formation~~ ^{concentration} des lignes d'apflux dans la veine
 ressort ^{d'une façon} plus ^{encore} nette ~~manifeste~~ dans les fig.

Elles sont le résultat d'une série des dessins obtenus par superposition des
~~lignes~~ ^{différentes} ~~obtenus~~ ^{prises par} ~~pour~~ ^{une} ~~des~~ ^{donnée} ~~vitesses~~ ~~différentes~~.

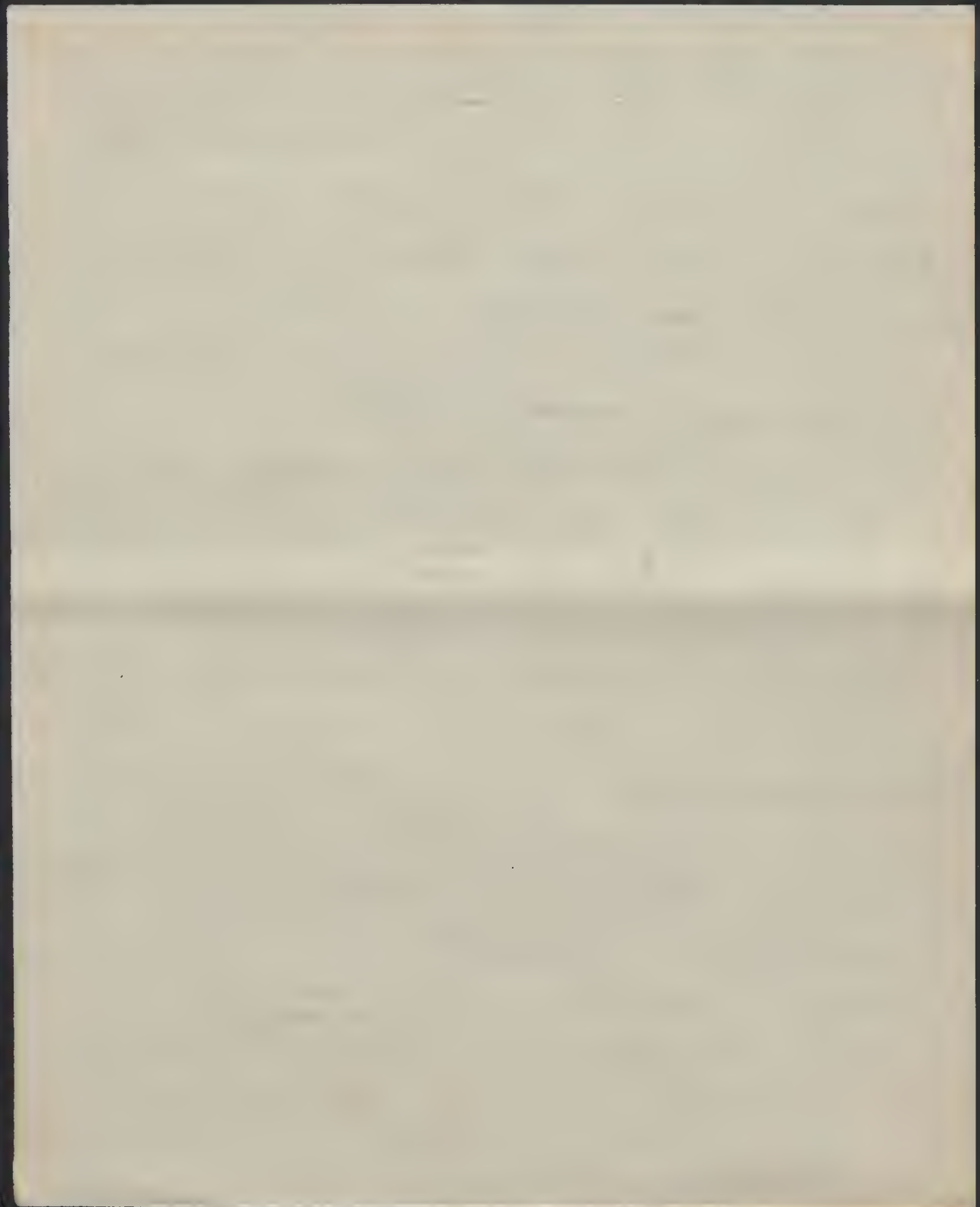
Un détail remarquable c'est la formation des ~~tourbillons~~ ^{tourbillons}
 annulaires, ~~après~~ ^{entourant} la veine centrale, ~~qui~~ ^{très nettement}
 dans la fig. ~~est~~ ^{obtenu} ~~par~~ ^{qu'on pouvait observer} ~~inversion~~ du courant
 ainsi que le point P se trouvant du côté de la veine d'apflux.

Elle donne le moyen de définir ce qu'on peut appeler surface de la veine,
 c'est à dire : la surface ^{qui} ~~sépare~~ ^{sépare} les lignes de flux provenant de l'espace ...
 et des lignes closes tourbillonnaires ^{en prenant} ~~leur~~ ^{origine} ~~à~~ ^{à l'un des} ~~bords~~
 de l'ouverture ... ^{donc} ^{est évident aussi que} ~~la~~ ^{la} ligne de ~~l'environnement~~ ^{participe au}
 mouvement ^{de la veine} ~~quoiqu'il~~ ^{avec vitesse} ~~soit~~ ^{inférieure} et rien n'indique l'existence
 d'une des ~~cotes~~ ^{limites} ~~de~~ ^{de vitesses}.

Ces tourbillons varient rapidement avec ^{diminution} ~~de~~ ^{de} vitesse la fig.
~~se~~ ^{caractéristique} ~~montre~~ ^{encore} ~~la~~ ^{la} convergence ^{des} ~~des~~ ^{lignes} ~~de~~ ^{de} flux ^{environnant}
 mais ^{dans le cas} ~~se~~ ^{représenté} par la fig. ^{où il y a} ^{plus} ^{une} ^{tracé} ^{de} ^{la} ^{veine}

rien n'en pouvait être déduire limite

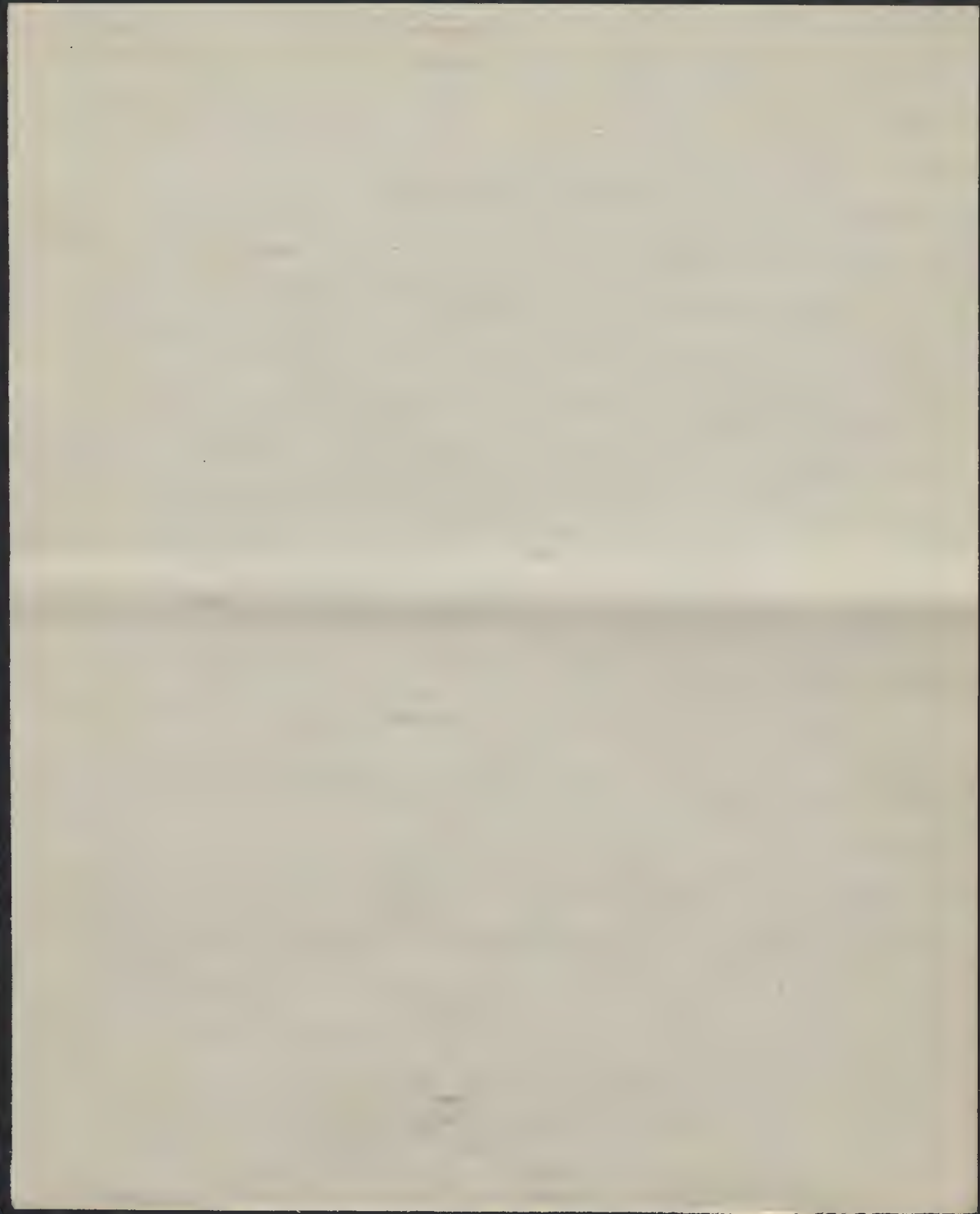
* Qu'il en soit permis de

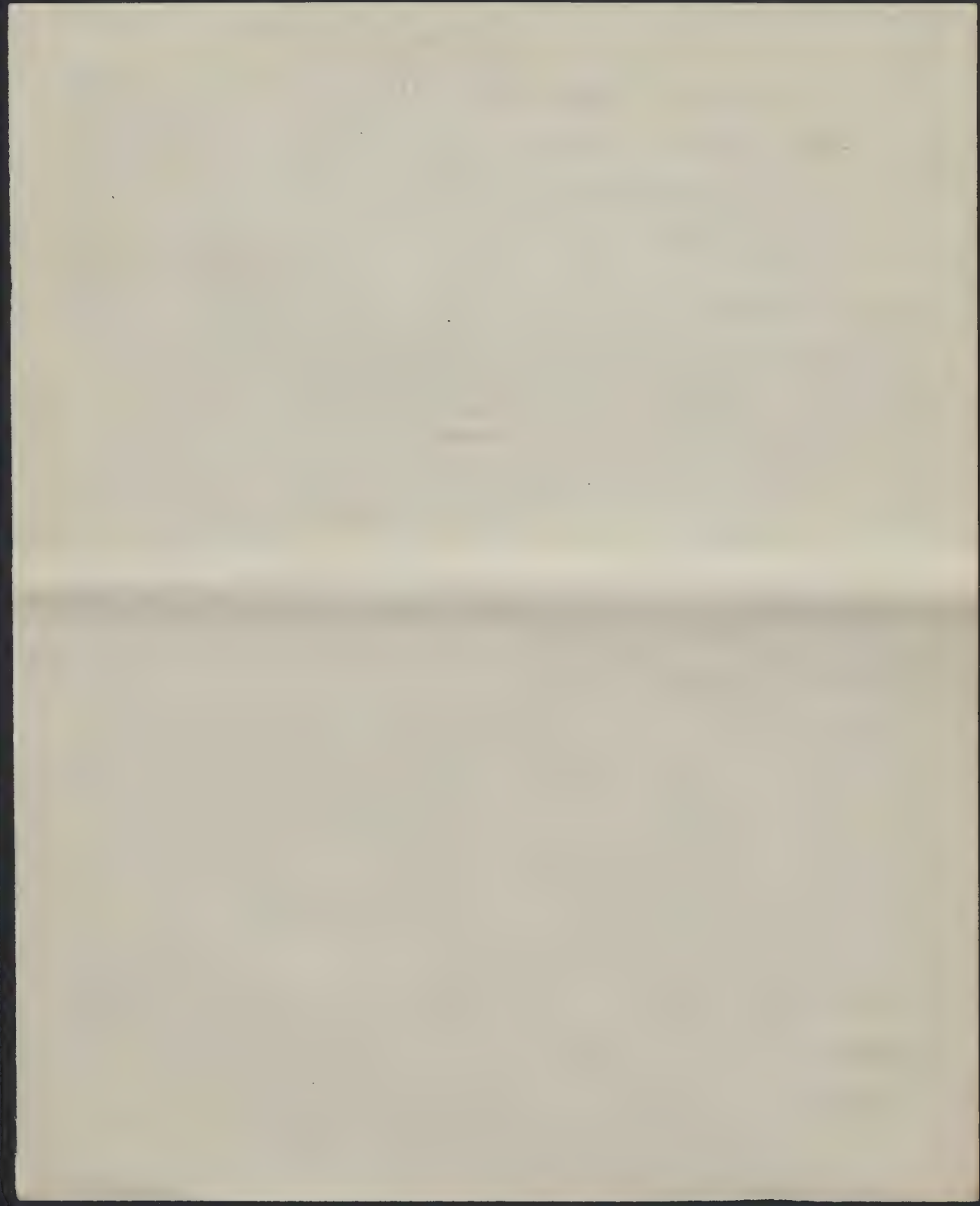


3). Puisque, d'après Helmholtz, la ~~condition~~^{naissance} de la ~~discontinuité~~^{discontin.} est ~~indépendante~~⁹ du point de la condition que la pression aux bords de l'organe s'équilibre à zéro, ~~il est à dire que~~^{il est évident que l'organe s'élève à l'air se dirige} la pression externe dans l'organe --- ~~peut~~^{modifient} il en résulte que la même situation devrait s'observer ~~intérieurement~~^{intérieurement}.

Pour examiner la réalité de cette conclusion je faisais communiquer le réservoir du ^{primaire} boquer, le ~~boquer~~ tuyau de décharge, et le petit réservoir de matière colorante avec un vaisseau d'où l'air pouvait être enlevé par moyen d'une ^{troupe} pompe à eau. De cette manière la valeur absolue de pression pouvait être diminuée à ~~fa~~^{volonté} sans changement des différences relatives.

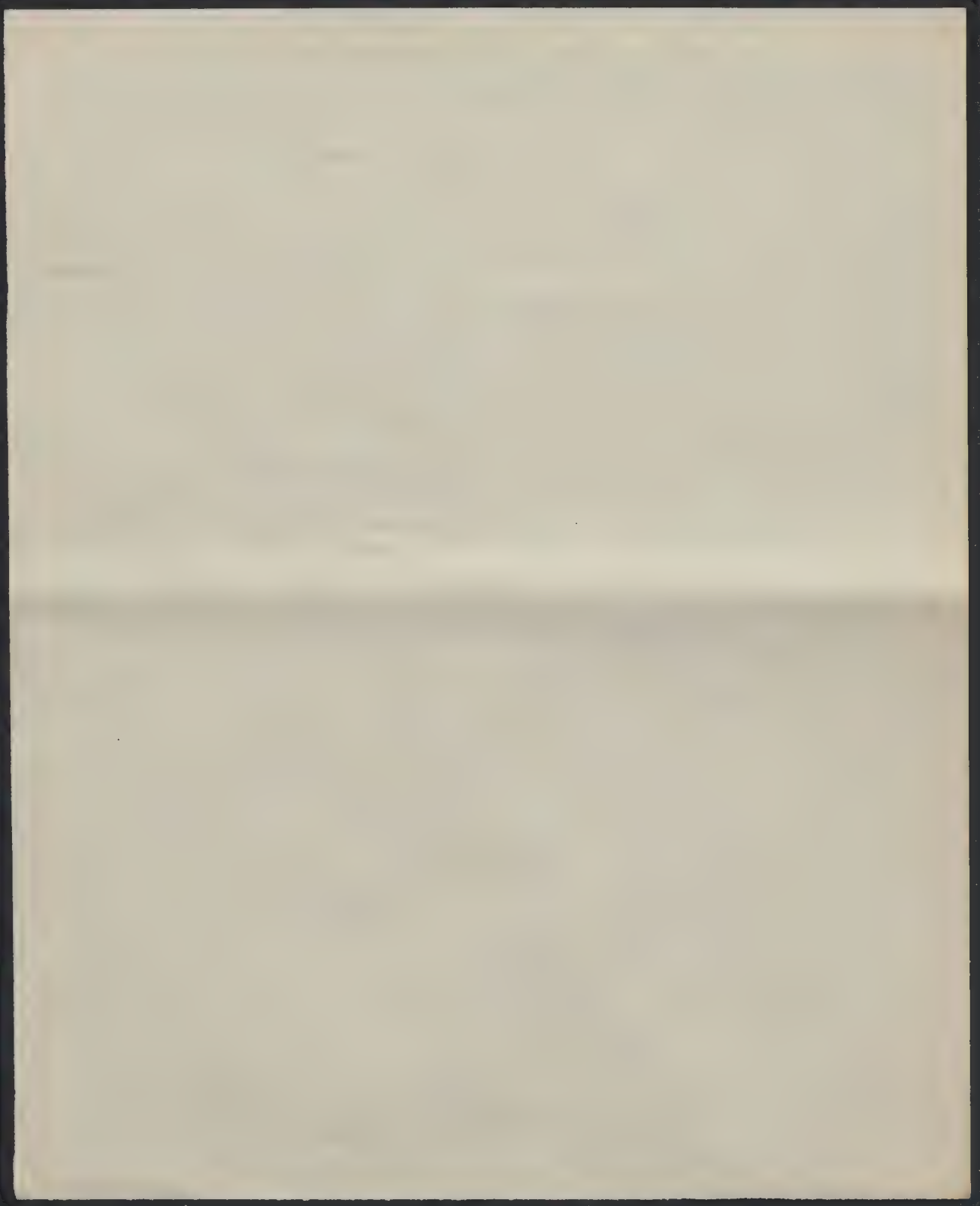
4). Dans cette théorie, ce n'est que la densité du liquide qui entre en
calcul, ^{en} ayant une influence sur la pression hydrodynamique, ^{le degré de} mais ~~la~~ viscosité
est ~~à~~ différent. D'après notre hypothèse, au contraire, c'est la ^{le rapport} raison de
la densité à la viscosité, la fluidité, qui détermine la forme du mouvement.
Si l'on connaît une relation particulière des équations ... pour un liquide
caractérisé par les coefficients μ, ρ on ~~peut~~ satisfait ~~le~~ ^{on} rempli aussi, pour un autre
liquide, à coefficients μ, ρ , en mettant $u_2 = u_1$. $Sp =$





11

and



Pendant que les ~~faits~~ faits exposés plus haut prouvent d'une façon évidente que la formation des veines liquides ~~se passent~~^{est} par cause ~~de~~ l'inertie et ~~de~~ la viscosité, d'autre part

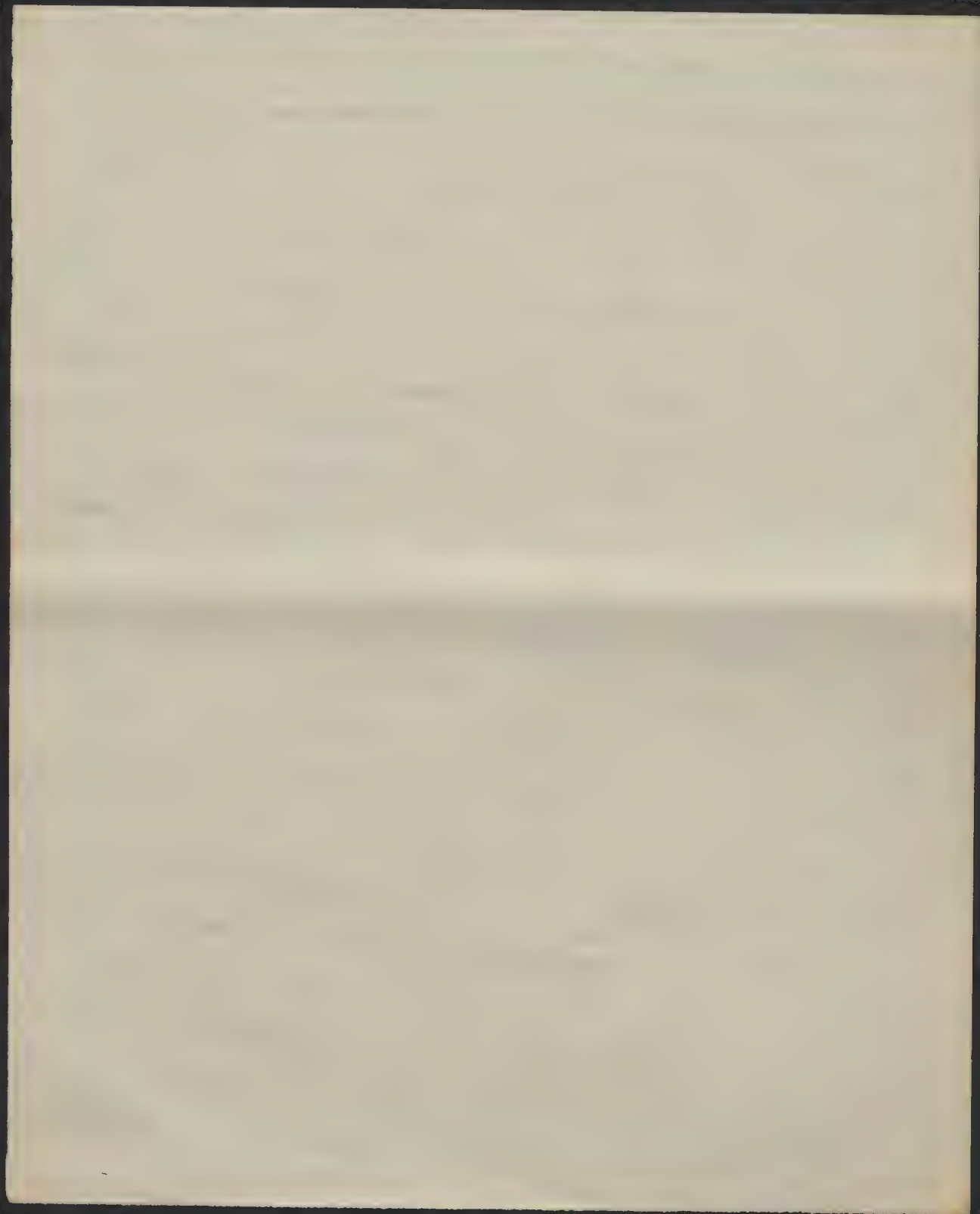
L'idée fondamentale de Dehnboltz : l'abaissement de la pression à l'origine et la possibilité d'une rupture du liquide, semble ~~être~~^{être} bien raisonnable, ~~nous expliquant~~^{c'est} même de cette façon que nous expliquons le fonctionnement des ¹¹. Trompus : car - et il paraissait désirable

~~On examinait l'appareil d'examen~~ de pousser l'étude ~~de~~^{expérimental} plus loin, vers les vitesses plus grandes, qui ~~paraissent~~^{pourraient} où telles phénomènes se pourraient produire

Comme ^{le dispositif décrit} l'appareil décrit plus haut ne s'y prêtait pas, je construisis un appareil très simple et robuste: un tube en verre (diam ^{c'est-à-dire}) ~~étiré~~ rétréci ^{au milieu} dans la moitié de telle façon qu'il y restait qu'une ouverture étroite, ~~et~~ [dont les dimensions, déterminées ^{à la fin} après avoir formé les ~~expériences~~^{de}, sur la coupe transversale aplatie par polissage

~~sur le tube coupé en deux et~~ ~~qui était~~ ^{qui était} étiré dans sa partie supérieure d'un petit tube latéral servant à l'introduction du colorant, on a la communication avec un manomètre.

D'abord, pour examiner ^{les petites vitesses} ~~les cas de mouvement lent~~, ce tube fut mis en communication, avec ^{un} ~~interposition~~ d'un diaphragme ~~et~~ avec un réservoir ^{d'eau} à niveau plus haut, causant une petite différence de pression. Les lignes de flux colorées mettaient en évidence les ~~formes~~^{tracés} caractéristiques de la veine ^{à des vitesses si petites que} ~~des veines~~ ^{61 cm} dans le canal, c'est-à-dire ^{de la vitesse de} pendant que l'asymétrie était disparue au contraire avec 813 il s'y formait



un cylindre
une veine longue de ^{petits changements oscillatoires} entouré de toubibon, et sujette à des ^{petites oscillations périodiques}

en fait à la ~~petite~~ ^{amplitude} du mouvement et à la ~~petitesse~~ ^{amplitude} de la ~~courbure isogastrique~~ ^{amplitude} des parois, il ne peut pas être question des phénomènes de Helmholtz, et pourtant la veine ^{se forme} ~~oscille~~.

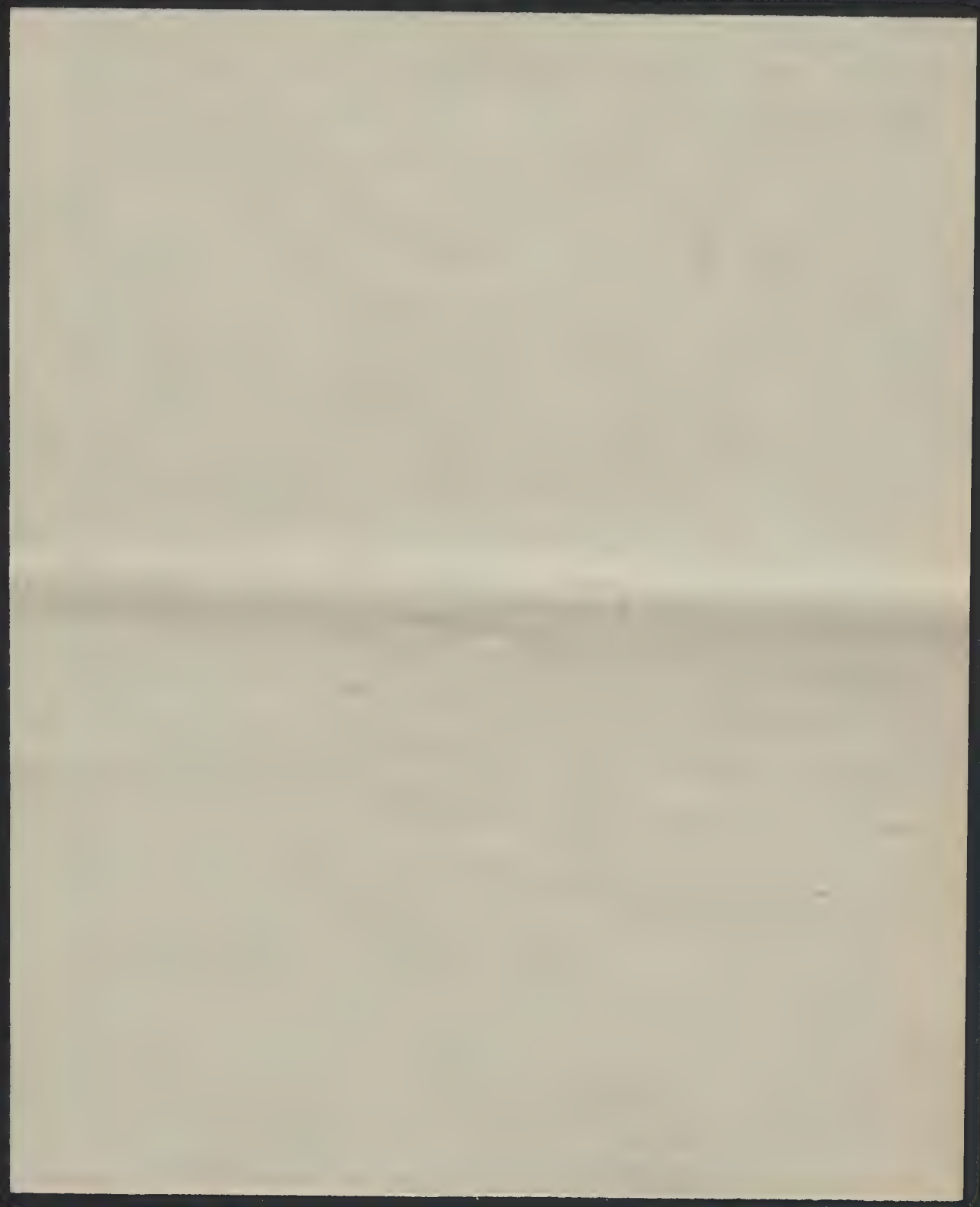
^{continuité} ce tube fut ^{avec son extrémité} attaché au conduit d'eau (de pression 3.5 Atm) pendant que l'extrémité inférieure communiquait avec un vaseau, où la pression pouvait être ^{facilement} ~~diminuée~~ ^{augmentée} par une trompe à eau.

Avant tout le tube fut rempli d'eau dans toute sa longueur. ^{2^{de}} Lorsque le robinet fut ouvert, ^{en réalité} il y paraissait pour une certaine intensité de phénomène respecté : ~~la rupture~~ ^{de la veine d'eau} ou un ~~déboîtement~~ ^{se déplaçait ou se déplaçait} du liquide environnant ~~immédiatement après avoir formé l'apex~~ ^{en quittant le canal rétrécissant}

ce qui était visible par suite de la formation d'une surface réfléchissante à l'intérieur. Mais le phénomène n'était pas du tout permanent, ~~et son caractère oscillatoire~~ ^{principale} ~~se~~ s'accusait par un bruit bourdonnant, ~~et~~ ^{intermittent}

aussi ~~on~~ ^{on} apercevait on voyait des interruptions et, en général, une considérable irrégularité de ~~mouvement~~ ^{de fréquence variable}. En réglant l'efflux d'eau ^{on pouvait} évaluer ~~l'approximation~~ ^{la valeur} de la vitesse critique où ce phénomène apparaissait à 176 ... dans

l'ouverture, ~~pendant~~ ^{pendant} que la relation ^{exigeait une vitesse} de ^{pour} ~~la~~ ^{la} pression de ^{à zéro.} l'abolissement de

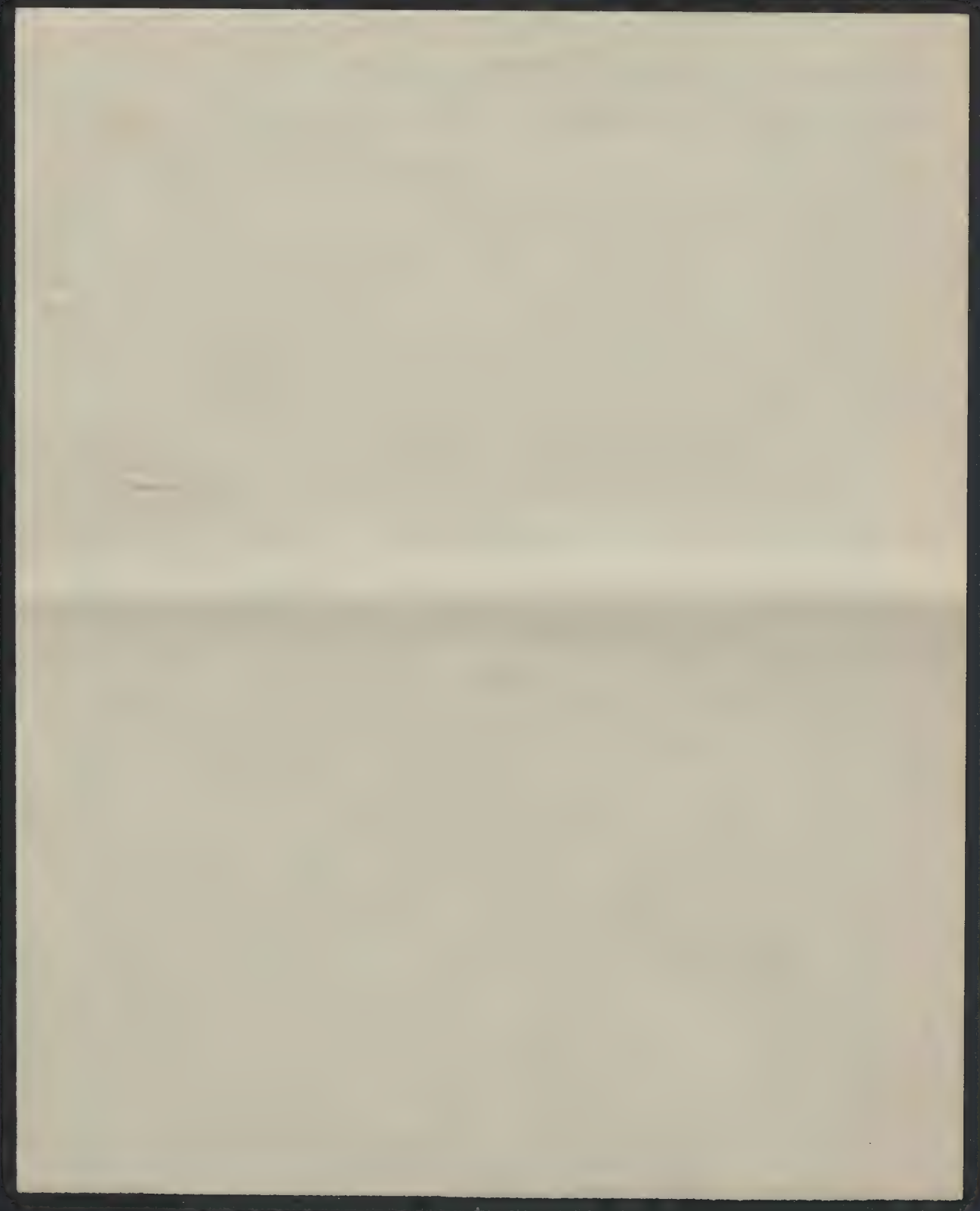


Et lorsque la pression ^{extérieure p₂} ~~est~~ diminuée par moyen de la
troupe d'eau, le phénomène se reproduit ^{il} dès que la vitesse ^{est} ~~est~~ était
atteinte, pour la pression de 255 à une vitesse de 12, ce qui correspond
aux valeurs théoriques p₂ et p₂...

En même temps l'aspect du phénomène change^{ait} avec la pression
atmosphérique l'eau - toute claire jusqu'au moment où la vitesse critique ^{est} ~~est~~
atteinte - devient trouble au delà, ce qui provient ^{du dégagement} d'une quantité de petites
bulles d'air, ~~se dégagent au moment de la rupture~~
^{mais} avec l'emploi des pressions basses (des bulles grandes ^{avec violence}
~~comme~~ dans de l'eau bouillante. ^{il y a formation}

On pourrait espérer que ^{la vitesse d'efflux} cette vitesse sera critique indépendante
de la pression ^{inter} ~~extérieure p₂~~ si ~~la p₂~~ pouvait que la vitesse critique soit
atteinte puisqu'alors la pression ~~est~~ après de l'orifice aurait toujours
la même valeur zéro. Mais cette conclusion ^{n'a pas été} ne fut pas vérifiée par
l'expérience, au contraire, on constatait toujours ^{un} l'accroissement de vitesse
~~avec~~ par suite d'augmentation de ^{la} pression.

Les causes de cette divergence ^{et des différences entre les valeurs calculées et observées des vitesses critiques} sont sans doute les mêmes : la caractéristique
instable, oscillatoire du phénomène (d'une part ^{d'autre part} et la ~~négligence~~ ^{la} ~~de la~~
viscosité du liquide qui défie tous les calculs basés sur l'abstraction
des liquides idéals.



Nous résumerons les conclusions ^{définitives} de ces expériences:

(15)

Le phénomène de Helmholtz, c'est à dire le ^{déchirement de la masse liquide} rupture du liquide ^{entraînant une} ouverture ^{réelle} peut avoir lieu, en vérité, si la vitesse dépasse une valeur considérable

(16) donc - mais c'est un phénomène secondaire qui n'a rien à faire avec la formation des veines d'afflux ^{peut} mêmes, qui commencent ^à des vitesses ^{quelques centaines de fois} plus que cent fois plus petites.

La théorie de ^{sans doute,} ~~ce~~ est très intéressante ^{sur} point de vue théorique, puisqu'elle démontre la possibilité de tels phénomènes dans des liquides réels, mais son application aux liquides réels n'est nullement justifiée, même pour ^{de} telles vitesses, ce que démontre le fait de l'intermittence du phénomène et les ^{duquel} ~~disaccord~~ ^{et de l'observation directe} ~~des vitesses locales et dans~~

Il paraît que c'est un cas analogue au mouvement des corps plongés dans un liquide, où les calculs basés sur l'idéalité des liquides et ne tenant ⁿⁱ compte de la dissipation d'énergie ⁿⁱ et de l'adhésion aux parois, ^{aboutissent à} ~~entraînent~~ des conclusions tout à fait ^{incorrectes} erronées.

d'après cette théorie

En outre, il faut remarquer que les solutions numériques trouvées dans les travaux mentionnés au commencement, exigent tous ^{des} ~~une~~ valeurs définies de vitesse d'afflux pour une pression p_1 ~~donnée~~ ^(à l'aval de l'ouverture) donnée et ne répondent pas à la question qu'est ce qu'il y a entre si cette vitesse ^{substant} change par suite du changement de la pression p_1 (en amont de l'ouverture)

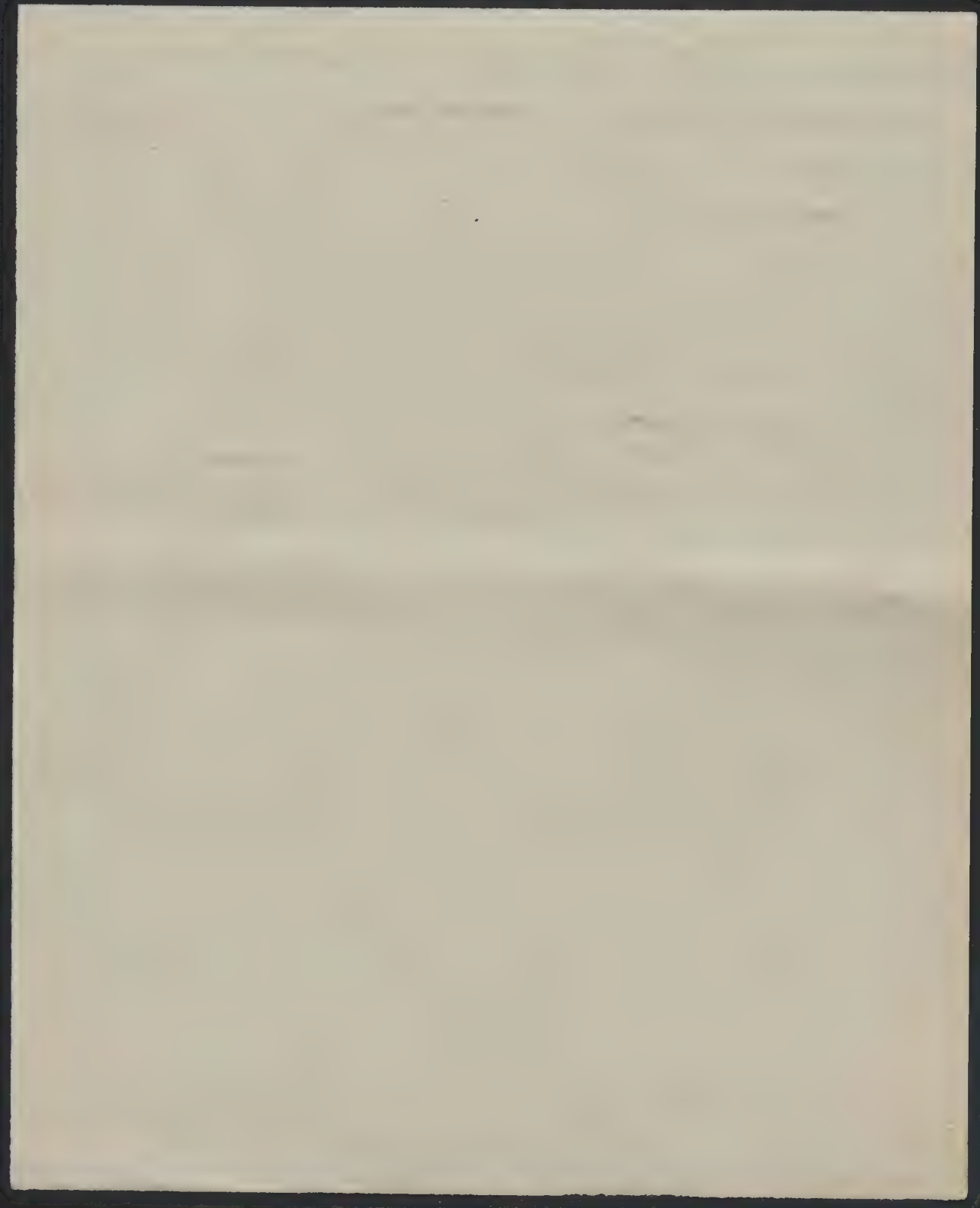
Je doute s'il ^{aurait} ait lieu dans l'eau ~~et~~ ^{si} tout le train d'air a été entraîné

Spécialement Ceci est lié aux phénomènes des vagues turbulentes et à la formation de vagues dans les



Quant à la formation des veines d'efflu, les expériences ont prouvé ^{au contraire} ~~qu'il n'est pas cherché des causes spéciales puisqu'il résulte~~ ^{ce n'est bien naturel presque évidemment} ~~des lois de la similitude dynamique s'y appliquant et par conséquent qu'il est~~
~~les lois de la similitude dynamique s'y appliquant et par conséquent qu'il est~~ ^{les effets de la similitude dynamique sont suffisants de rendre compte de ce phénomène}
~~compris de par les équations des lignes des visqueux, qui en montrant la cause~~
~~en le réduisant aux~~ ^{de la similitude} dans la proportion ~~la similitude~~ des effets d'inertie, ^{après des effets visqueux}
~~ce qui est un argument important en faveur de notre explication qui réduit~~
~~le phénomène aux lois de la similitude~~ ^{ce qui est un argument important en faveur de notre explication qui réduit}
~~aux lois ordinaires des lignes des visqueux, d'autant~~ ^{ce qui est un argument important en faveur de notre explication qui réduit}
~~les lois de la similitude dynamique~~ ^{ce qui est un argument important en faveur de notre explication qui réduit}
donnant le moyen de ~~juger~~ ^{prédire} la forme du mouvement d'après les lgs
poser des lgs à densité et viscosité quelconque; ~~et de même~~ ^{de même}
il est facile d'en déduire ^{à savoir: les vitesses en fonction du prop. inverse}
l'influence des dimensions de l'organe, ~~non déduite, puisqu'il est facile~~ ^{à déduire}
~~les vitesses en fonction des dimensions de l'organe~~ ^{les vitesses en fonction des dimensions de l'organe}
que la veine se formera d'autant plus tôt avec une veine grand ^{un petit} ^{*)}
L'explication complète de ces phénomènes ~~large~~ ^{ne peut pas encore être} ^{compréhensible} ~~la veine~~
~~il y a encore des détails à expliquer.~~ ^{il y a encore tout à faire}
Ce qui ~~est~~ ^{reste à faire} c'est la ^{la} ~~calcul~~ ^{calcul} ~~théorique~~ ^{théorique} des lgs -- sur la base de
et c'est une tâche, à laquelle j'espère de revenir en future.

C'est possible
*) Je suppose
que l'épaisseur de la paroi et la forme de l'espace externe
sera indifférent jusqu'à une certaine limite.
limite
espace infini



Sur la formation des veines ~~de~~ d'afflux dans les ligandes.

M. Smolenskoy.



1
Sur la formation des veines d'efflux dans les liquides.

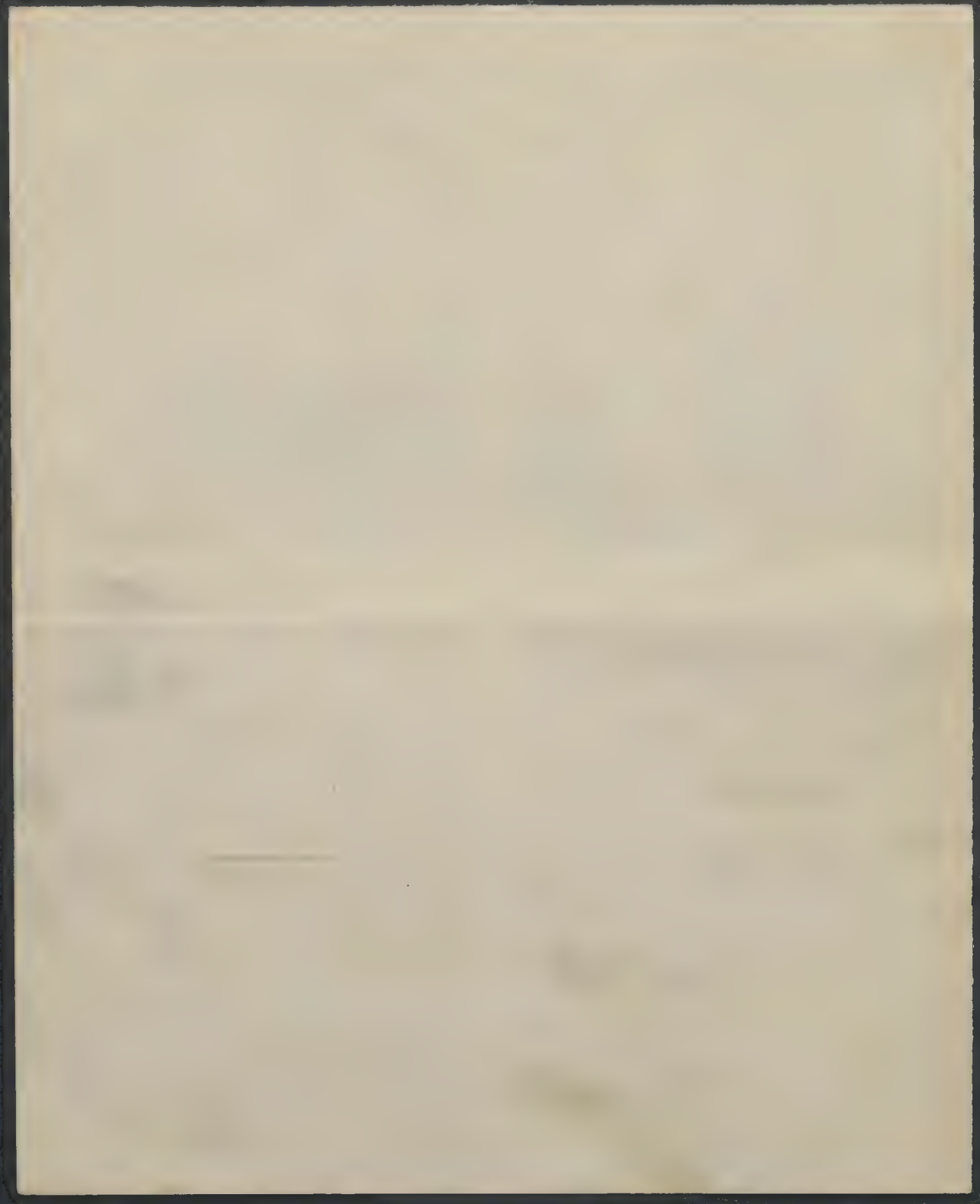
О повстаніи въ жидкостяхъ вытекающихъ
пер

М. М. Имолуховскі

Мемуаръ представленъ ~~профессору~~ ^{профессору} ~~Бразильскія~~ ^{Бразильскія} ~~де~~ ^{де} ~~Липол.~~
М. Л. Натансон м. т.
I.

Un des phénomènes les plus ordinaires de l'hydrodynamique
^{puissant}
et trop peu étudiés, de l'hydrodynamique, c'est la formation d'une
veine d'efflux lorsqu'un liquide passe par un petit orifice avec vitesse
suffisante. On peut s'expliquer ce fait, lorsque le liquide en
traversant p. ex. une ouverture dans le fond d'un ^{vasc} ~~vaisseau~~ sort dans
l'air ambiant, par l'action des forces de gravité et de tension ~~super-~~
~~ficielle~~ capillaire, qui ont la plus grande influence sur la forme du
jet et qui peuvent causer même sa dispersion ~~en~~ ^{en} gouttelettes.
dans un train de

Mais ^{même} ~~aussi~~ lorsque l'espace extérieur est rempli du même liquide
(rendu visible par ^{la} différence de coloration), où ces forces ne peuvent
pas opérer, le liquide y forme une veine ~~transparente~~, au lieu de
s'étendre dans toutes les directions, et le même ^{ce} phénomène est



bien connu en aéromécanique (colonne de fumée, jet de vapeur).

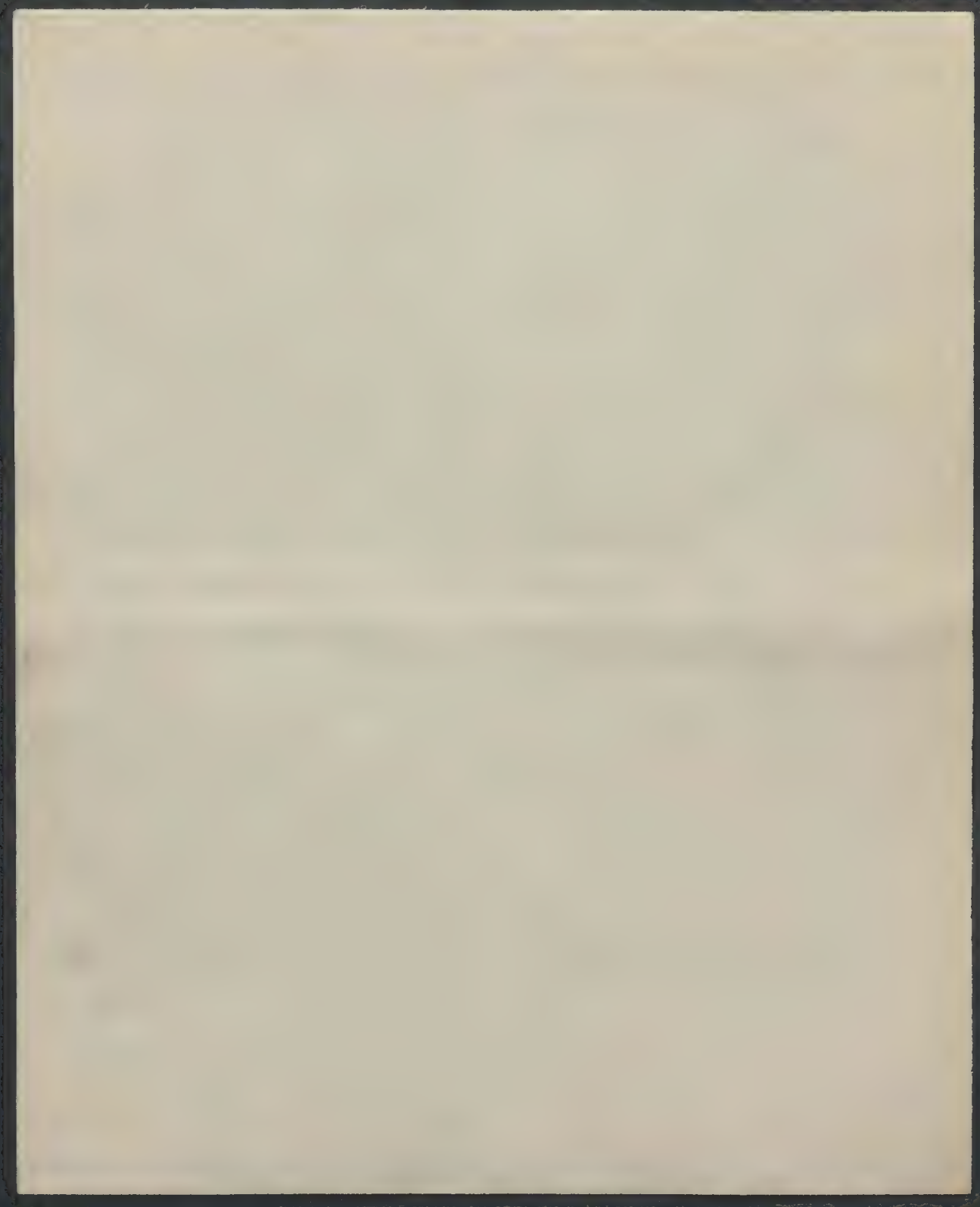
À première vue l'interprétation de ces phénomènes d'après l'hydrodynamique des liquides idéals paraît impossible, puisqu'alors la distribution des lignes de flux devrait être analogue à celle des courants électriques, qui tendent, au contraire à remplir toute l'étendue du corps conducteur. Cependant, Helmholtz^{*)} a établi une différence importante de ces deux cas, qui consiste dans une condition additionnelle de l'hydrodynamique, c'est-à-dire que la pression absolue ne peut s'abaisser nullement au-dessous de la valeur zéro. ~~Le dépassement de cette limite engendrerait une rupture~~ Au lieu de dépasser cette limite, le liquide se déchirerait, et la rupture engendrerait une surface de discontinuité. Or, la théorie exige que la ^{vitesse} ~~vitesse~~ du liquide, qui est liée avec l'abaissement de la pression par la formule

$$p = p_0 - \rho \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

devienne infinie à chaque arête pointue, d'où résulterait toutefois la naissance de telles surfaces de discontinuité, dans ces endroits.

Dans le cas mentionné il faut s'imaginer, d'après Helmholtz, que le liquide se fend au bord de l'orifice, et que la surface de discontinuité, où la pression est zéro, produit ce que nous appelons

*) Berl. Ber. 1868 p. 215, Essan. Abhdlg. I p. 146.



veine d'efflux, en séparant les parties centrales, animées d'un mouvement rapide, de l'eau dormante, à l'extérieur.

Cette théorie, en donnant lieu, dans le cas de deux dimensions, à l'emploi élégant des fonctions de variables complexes, a été le point de départ d'une quantité de recherches ^{*)} sur des formes spéciales des veines, qui forment un domaine considérable de l'hydrodynamique classique, très intéressant sans doute, au point de vue mathématique.

Mais il ~~paraît~~ ^{semble,} qu'on n'a jamais essayé de vérifier les hypothèses, sur lesquelles elle repose, d'une façon expérimentale.

Et il faut remarquer que cette théorie n'a pas été acceptée sans contradiction : ~~c'est~~ c'est surtout Lord Kelvin ^{**)} qui s'oppose à l'hypothèse des surfaces de discontinuité.

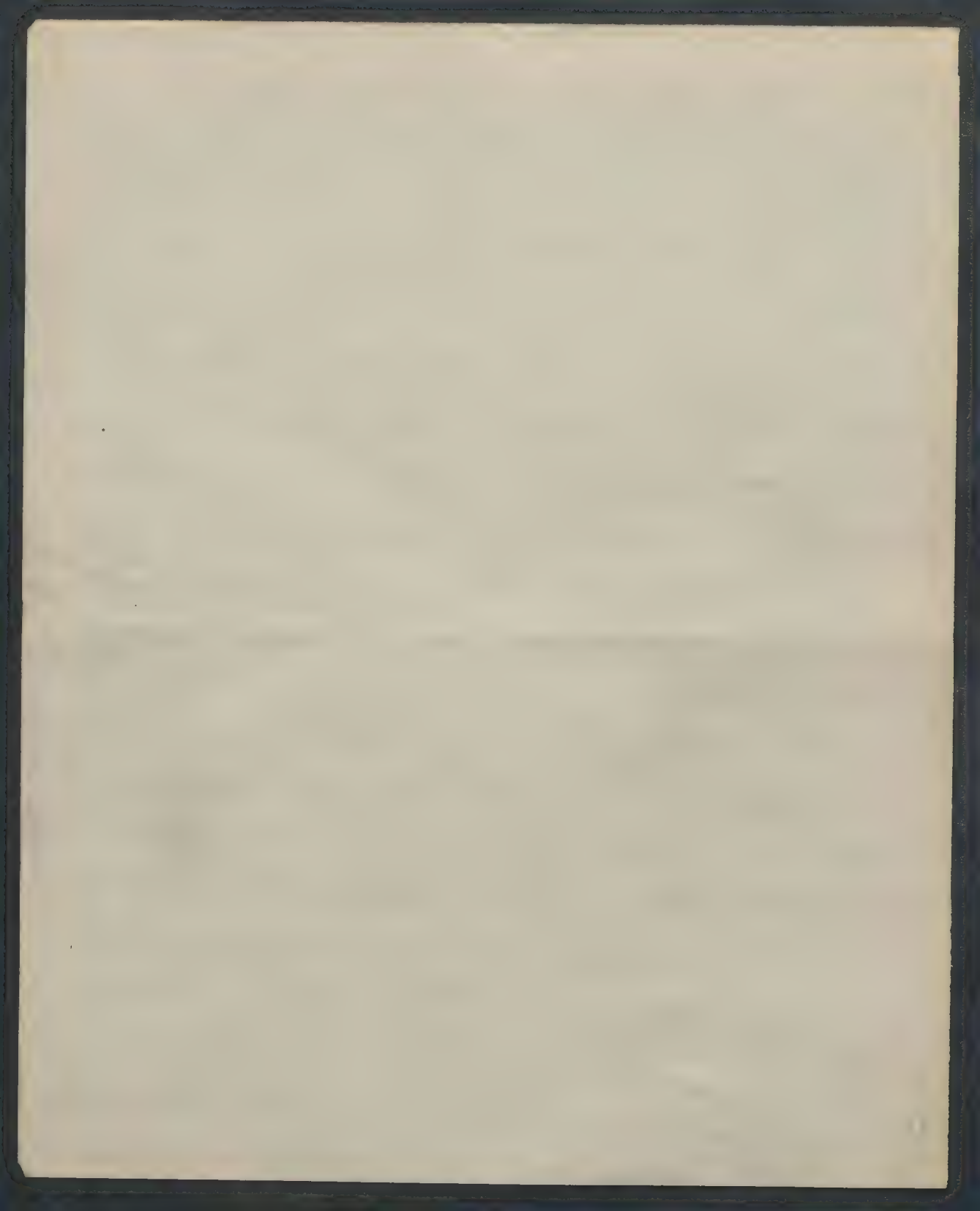
En effet, la supposition d'une telle surface, où deux parties du liquide ^{et permanentes,} à ~~des~~ vitesses différentes sont en contact, quoique justifiée dans le cas des liquides idéals, est inadmissible pour les liquides réels, dotés d'une certaine viscosité, puisque la friction nivellerait cette différence des vitesses dans un moment ^{**) (**)}. On ne peut ~~la~~ que la regarder comme une fiction mathématique, dont l'usage peut être avantageux quelquefois, mais pourvu qu'on prouve que les conséquences ne sont pas de nature fictive aussi.

**) Nature 50 p. 524 - 597 (1894)

**) Voir p. ex. Lamb Hydrodynamics p. 541.

Rethy Bessl. 1895 p. 679 etc.

*) Kirchhoff Crelle J. 70 (1869), Abh. d. p. 416; Michell Phil. Trans 1890; Rayleigh p. 45 (1876) p. 430



4

Nous ~~examinerons~~ ^{pass} ~~maintenant~~ dans la question de ~~stabilité~~ ^{si} d'un tel
 mouvement, ~~pourvu qu'il soit~~ ^{pourvu qu'il soit} ~~(serait stable)~~ ^(serait stable) à élucider cette question
~~est~~ ^{est} ~~possible~~ ^{possible}, presque nous y serons conduits par les
 expériences ~~antérieures~~ ^{au contraire}, mais il faut insister sur un détail ~~encore~~
 ce fait que l'hypothèse du liquide parfait ^{la supposition}
 de la plus grande importance pour ces questions ~~encore~~ ^{à savoir que (des liquides}
~~réels s'écarte de la réalité dans ce qui est le plus important, en~~ ^{mettent} ^(pour cette théorie)
 admettant un glissement parfait, le long des parois du vaisseau et de
 l'orifice, tandis que les liquides réels y forment une couche adhérente
 immobile et par conséquent, ne causent pas le prétendu abaissement infini de la pression
 aux extrémités pointues.

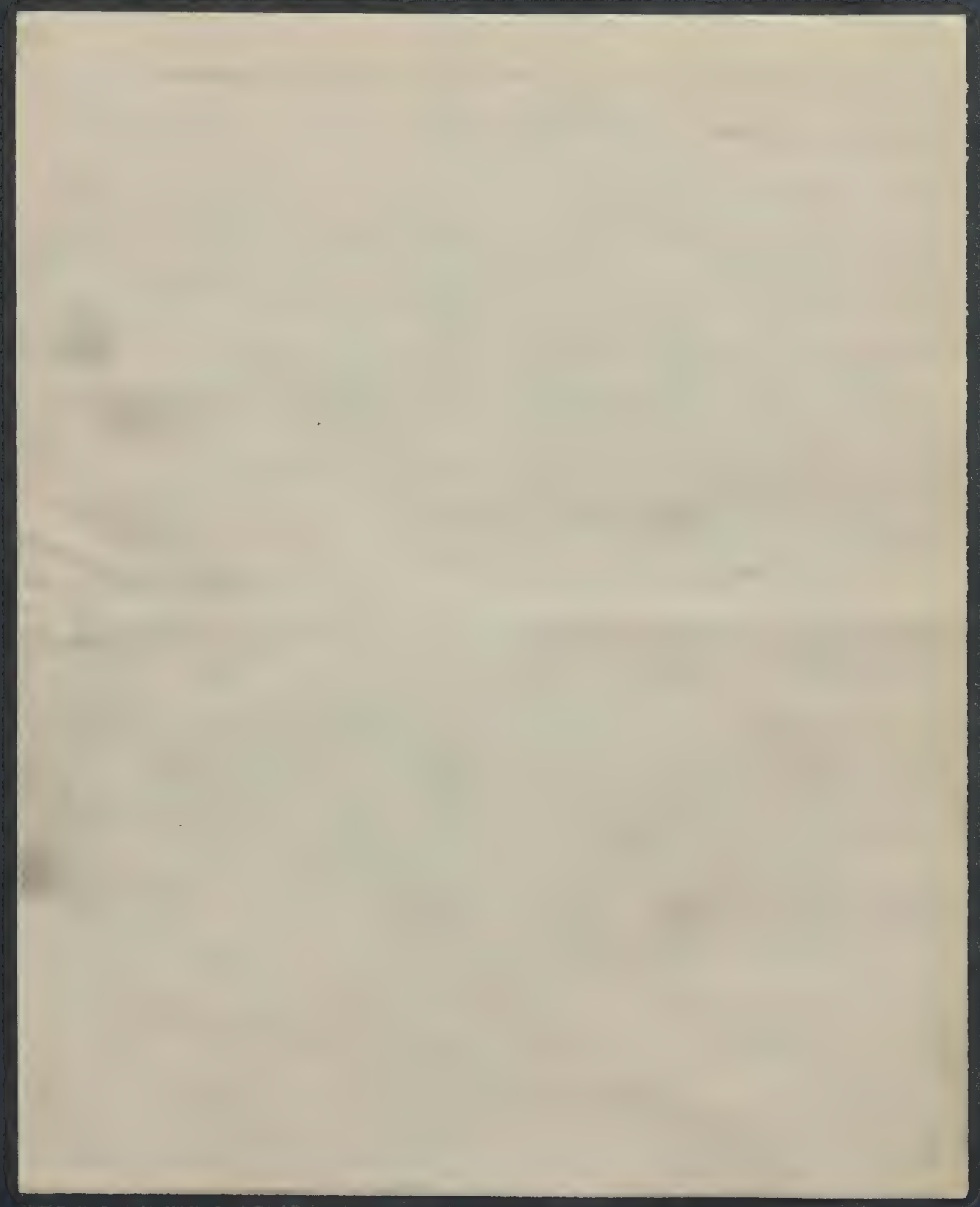
D'autre part, comme je l'ai exposé dans un autre travail, ^{*)} les
 équations ordinaires des fluides sont suffisantes ^{bien entendu} ~~si~~ l'on tient compte
 de la viscosité — pour prouver la nécessité du phénomène caractéristique,
 en question : de l'asymétrie des lignes de flux, par rapport à la
 surface de séparation.

Lorsque le mouvement est assez lent pour permettre l'omission
 des termes du second degré par rapport aux vitesses, les équations du
 mouvement

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \text{ etc.} \quad (2)$$

ne sont pas changées par la substitution de $-u, -v, -w, a-p$, au lieu de
 u, v, w, p ; c'est-à-dire les lignes de flux ne changent pas de forme
 (seulement de direction) par suite d'une inversion des différences

*) Les Bulletins 1903 p. 149.

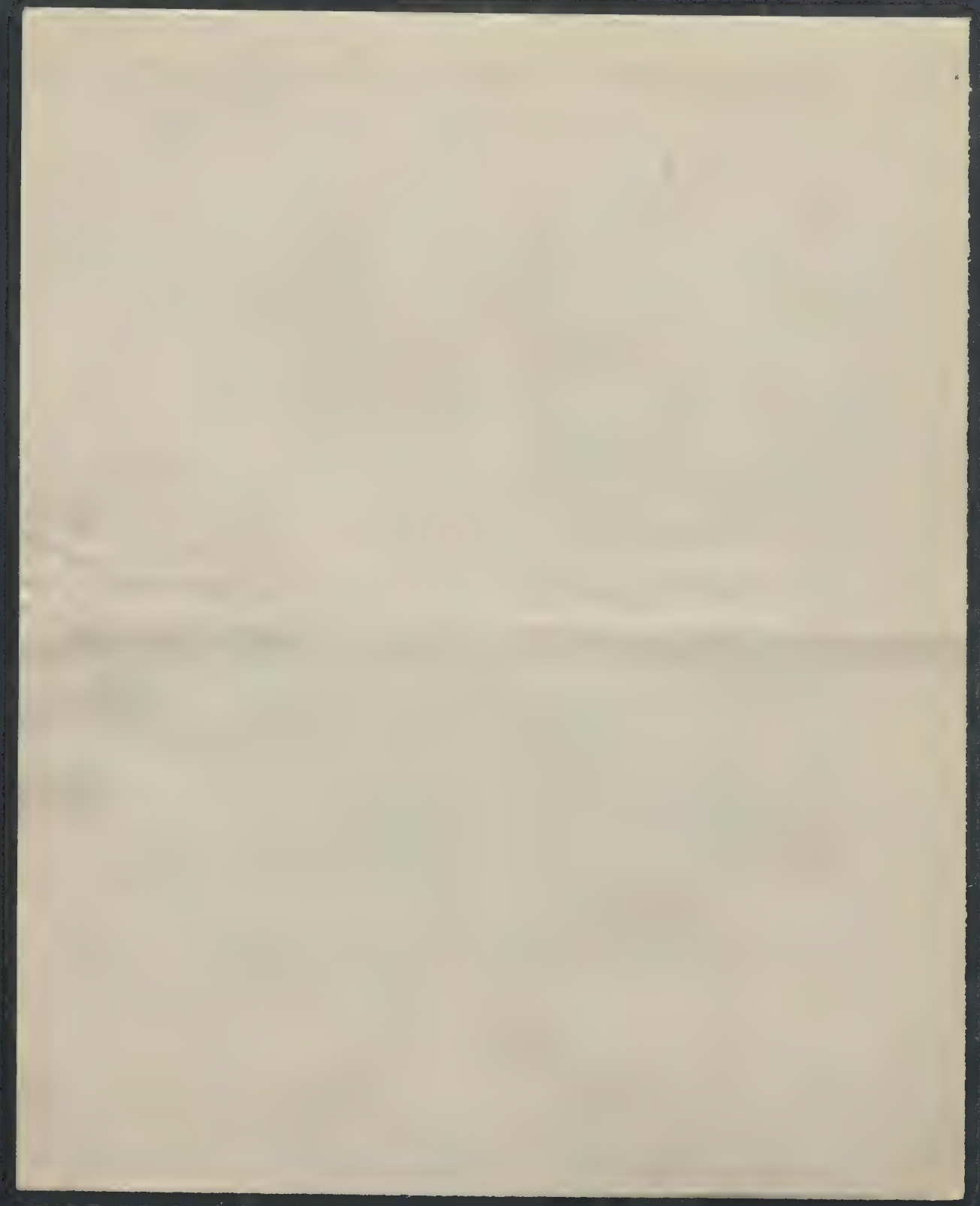


de pression, et par conséquent, elles doivent être symétriques des deux côtés de l'orifice, pourvu que les parois soient symétriques.

Mais à mesure ^{2e} que le accroissement des vitesses les termes d'inertie gagnent ^{en} l'importance, la substitution mentionnée cesse d'être applicable, et le mouvement devient asymétrique.

Il est facile de ~~reconnaitre~~ ^{reconnaitre} ~~à la conclusion~~, en considérant l'effet de ces deux facteurs, que le résultat sera ^{justement} une tendance au changement du mouvement dans le sens indiqué par le phénomène des veines.

C'était le but de l'étude expérimentale exposée ^{Dans ce travail} ~~ci-dessus~~ :
 de trancher la question ^{de savoir} si c'est l'effet de l'inertie et de la viscosité, ^{comme nous le}
~~d'après nos~~ ^{supposons} ou bien si c'est la formation des surfaces
 de discontinuité, d'après ^{conformément aux vues} Helmholtz, qui produit le phénomène
 des veines d'efflux.



Les expériences étaient basées sur la méthode bien connue *) qui consiste à faire entrer une matière colorante dans un certain point du liquide en mouvement, ce qui permet d'observer la ligne de flux qui y passe, et de la copier.

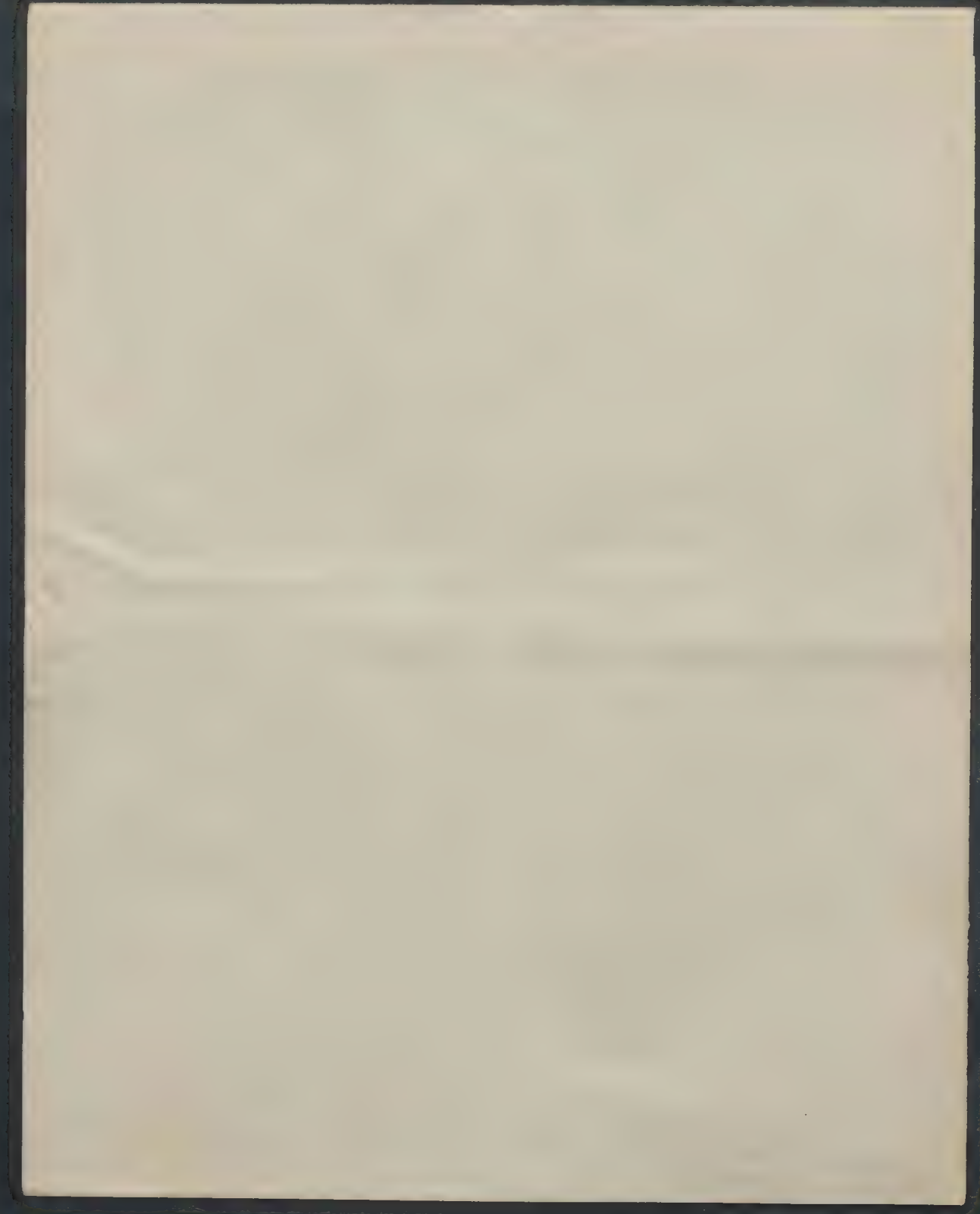
Je choisis comme l'exemple le plus simple et le mieux défini: l'efflux par une ouverture dans une paroi mince. Cette paroi était représentée par une feuille de cuivre dure (épaisseur 0.095 mm) séparant les deux parties d'un tube en verre (diamètre 45 mm) dont les bases, aplanies et polies, y étaient attachées avec un peu de cire à cacheter. L'ouverture, au centre de la feuille, qui était traversée par le courant du liquide, avait une forme circulaire (diamètre 2.45 mm; ses bords étaient arrondis.

Fig. 1.

Les extrémités opposées des tubes étaient fermées par des bouchons, avec des tuyaux d'entrée et de décharge, dont l'un était construit d'une façon spéciale, ^A avec une pointe à l'intérieur percée d'un tout petit trou, ce qui avait pour but de réduire les vitesses aux valeurs très petites exigées, comme nous verrons plus loin, dans ces expériences.

On produisait les vitesses désirées en élevant ~~de~~ le réservoir à l'hauteur convenable au-dessus du tuyau de décharge. Leurs valeurs

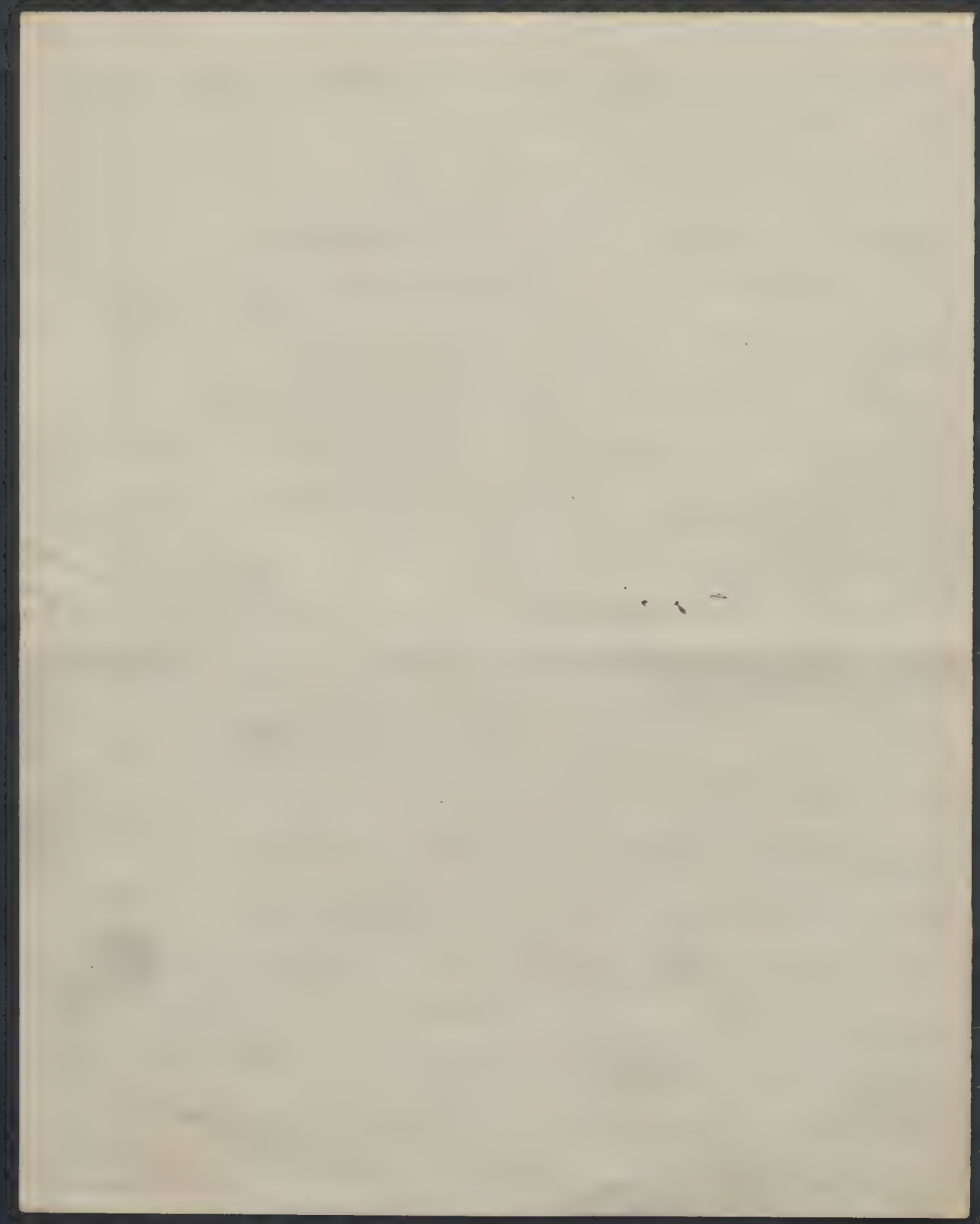
*) Oberbeck, *Abh. Am.* 2 p. 1 (1877); Reynolds, *Phil. Trans.* 1883; Marry, *Journ. Phys.* 1 p. 192 (1902) et autres expérimentateurs.



résultaient du nombre des gouttes qui s'y écoulèrent et de leur poids moyen, obtenu par une détermination spéciale.

L'introduction de la matière colorante se faisait ^{au} par (moyen du tube M, terminé par un allongement capillaire ^{extrêmement mince} ~~de mince section~~ et guidé par l'anneau R et par la bête hermétique D, de telle façon que le point P d'où ^{sortait} ~~sortait~~ la matière colorante, pouvait être de plus ou moins approché, à la paroi de séparation, en adoptant, en outre, une distance latérale quelconque, par suite d'un mouvement rotatoire du tube M. Le liquide colorant ^{sortait} ~~sortait~~ en quantités très petites, pour éviter l'influence sur les lignes de flux, par suite de la pression exercée par un petit réservoir situé plus haut. C'était de l'encre ^(mais filtrée avec soin) bleue ordinaire dont je faisais usage pour ces expériences; sa densité ^[à 17°C] 1.00085 par rapport à l'eau de température égale (17°C)] était mesurée (et celle de l'eau employée y était égalisée par l'addition d'une petite quantité ^(0.12%) de sel.

La situation de l'appareil était telle que le point P et le milieu de l'ouverture se trouvaient au même niveau; par conséquent, la ligne de flux colorée, s'étendant de P dans le vaisseau B était contenue dans un ^{plan} horizontal, et dans la même position se trouvait son image produite sur la table, ^{au} par (moyen d'un miroir incliné, réfléchissant des rayons incidents perpendiculaires sur un prisme à réflexion totale.



On avait choisi cette disposition, puisqu'alors les courants ^{verticaux} de convection produisent les moindres perturbations qui, en plus, peuvent être contrôlées toujours, en observant si la ligne de flux est bien horizontale. Les courants engendrés par des variations de la température environnante causent bien d'ennui, lorsque la vitesse ^{horizontale} du ~~fluide~~ liquide est petite.

Pour diminuer leurs effets il fallait envelopper l'appareil d'un large tube en verre, rempli chaque fois avec le même liquide que le vase intérieur. Ces difficultés disparaissent d'ailleurs, pour la plupart, avec l'emploi des liquides plus visqueux, d'autant plus qu'il y faut employer cæteris paribus, comme nous verrons plus loin, des vitesses plus grandes [†].

Outre ces précautions il fallait prendre ^{garde à} ~~soin~~ de la purification extrême des ~~liquides~~ ^{liquides} employés et de l'appareil, ^{lui-même} puisque la moindre particule de poussière suffisait à ^{engorger} ~~obstruer~~ la capillaire ^P ou l'ouverture A, et dans les expériences à pression diminuée, de la jonction ^{au contact} hermétique de toutes les parties de l'appareil.

^{en écart à}
*) En tenant compte de cette circonstance on trouve cet effet proportionnel à $\frac{\alpha \rho^2}{\mu^2}$
où α représente le coefficient de dilatation thermique



aux III

Les résultats expérimentaux sont condensés dans le résumé suivant.

Voici le résumé des résultats de nos expériences:

1). On observe la formation distincte des veines d'afflux, c'est-à-dire une diminution dans la divergence des lignes d'afflux, avec des vitesses très petites ($0.5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ vitesse moyenne dans l'ouverture pour l'eau). De plus, la vitesse ^{*)} [qui peut être jugée d'après l'épaisseur ^{la limite} du filament coloré, ou directement, en observant le mouvement d'un train d'agglomérations colorées produites par des secousses périodiques] paraissait maximum dans l'axe de la veine et diminuait vers les parois, tandis que d'après Helmholtz l'inverse aurait dû se passer, avec une valeur critique de la vitesse, nécessaire pour surmonter la pression atmosphérique ~~et~~ et ~~pour~~ à former la veine, de $14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

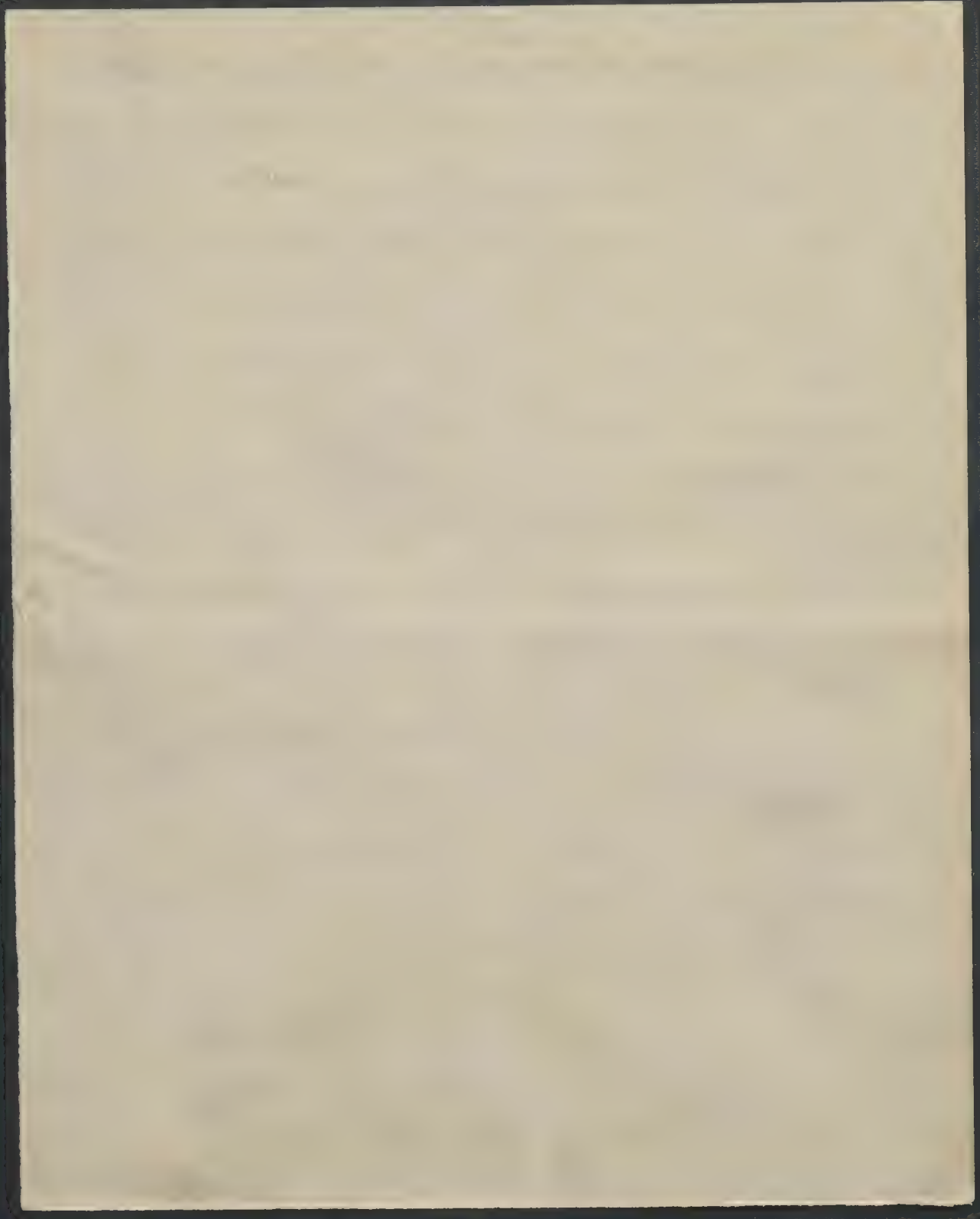
2). Les calculs de Helmholtz et de ses successeurs ne s'appliquent qu'au cas le plus simple: des parois infiniment minces et des arêtes ^{pointues} absolument. En réalité on devrait s'attendre, en égard à la courbure finie des bords de l'orifice, à trouver une vitesse critique, séparant le cas où l'afflux est normal et analogue au flux d'électricité, et celui où la rupture du liquide et la formation de la veine a lieu.

Les expériences n'en ont indiqué rien, au contraire, le changement de la forme des lignes d'afflux avec vitesse croissante était tout à fait continu.

C'est ce qui résulte de la figure 2, où la ligne de flux, sortant d'un point latéral P est tracée pour quelques valeurs de la vitesse:

1) 0.90 ; 2) 0.80 ; 3) 0.71 ; 4) 0.55 ; 5) 0.43 ; 6) $0.24 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$;

Fig 2



L'influence ~~probable~~ de la vitesse sur la partie située en aval de l'ouverture est évidente, tandis que les changements de la partie en amont étaient si petits que le dessin ne les accuse pas. En concordance avec nos remarques sur l'importance relative de l'inertie et de la viscosité, l'asymétrie ressort à mesure ^{de l'}accroissement de la vitesse, tandis que la courbe obtenue avec la moindre vitesse est presque symétrique.

Cette disparition de la symétrie et ^{elle} concentration graduelle des lignes d'afflux dans la veine ressort d'une façon plus nette encore dans les fig. 3, 4, 5, 6, correspondants aux vitesses 0.90, 0.45, 0.23, 0.14 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

Elles sont le résultat d'une série de dessins, obtenus par superposition des différentes lignes produites par une vitesse donnée.

Un détail remarquable c'est la formation des tourbillons annulaires, entourant la veine centrale — développée très nettement surtout dans la fig. 3 — qu'on pouvait observer par inversion du courant, ainsi que le point P se trouvait du côté de la veine d'afflux.

Fig. 3.

Fig. 4.

Elle donne le moyen de définir ce qu'on peut appeler surface de la veine, c'est à dire : la surface qui, en prenant origine aux bords de l'ouverture sépare les lignes de flux provenant de l'espace ^{en amont} (et les lignes closes tourbillonnaires de l'espace en aval. Donc, c'est évident aussi, que le liquide environnant participe au mouvement de la veine, quoique ~~avec vitesse~~ dans un degré inférieur, et rien n'indique l'existence d'une discontinuité



de vitesse.

Ces tourbillons ~~paraissent~~ ^{s'avancent} rapidement avec diminution de vitesse; la fig 5 ~~montre~~ indique encore la convergence caractéristique des lignes de flux ^{latérales} en aval de l'ouverture, mais dans le cas représenté par la fig. 6, où il n'y a plus qu'une trace d'~~asymétrie~~ asymétrie, rien n'en pouvait être découvert; sans doute les courbes tendent vers une forme ^{tout à fait} symétrique pour la limite zéro de vitesse.

3. Puisque, d'après Helmholtz, la naissance de la discontinuité dépend de la condition, que la pression aux bords de l'orifice s'abaisse à zéro, il en résulte que la vitesse critique devrait satisfaire à la relation

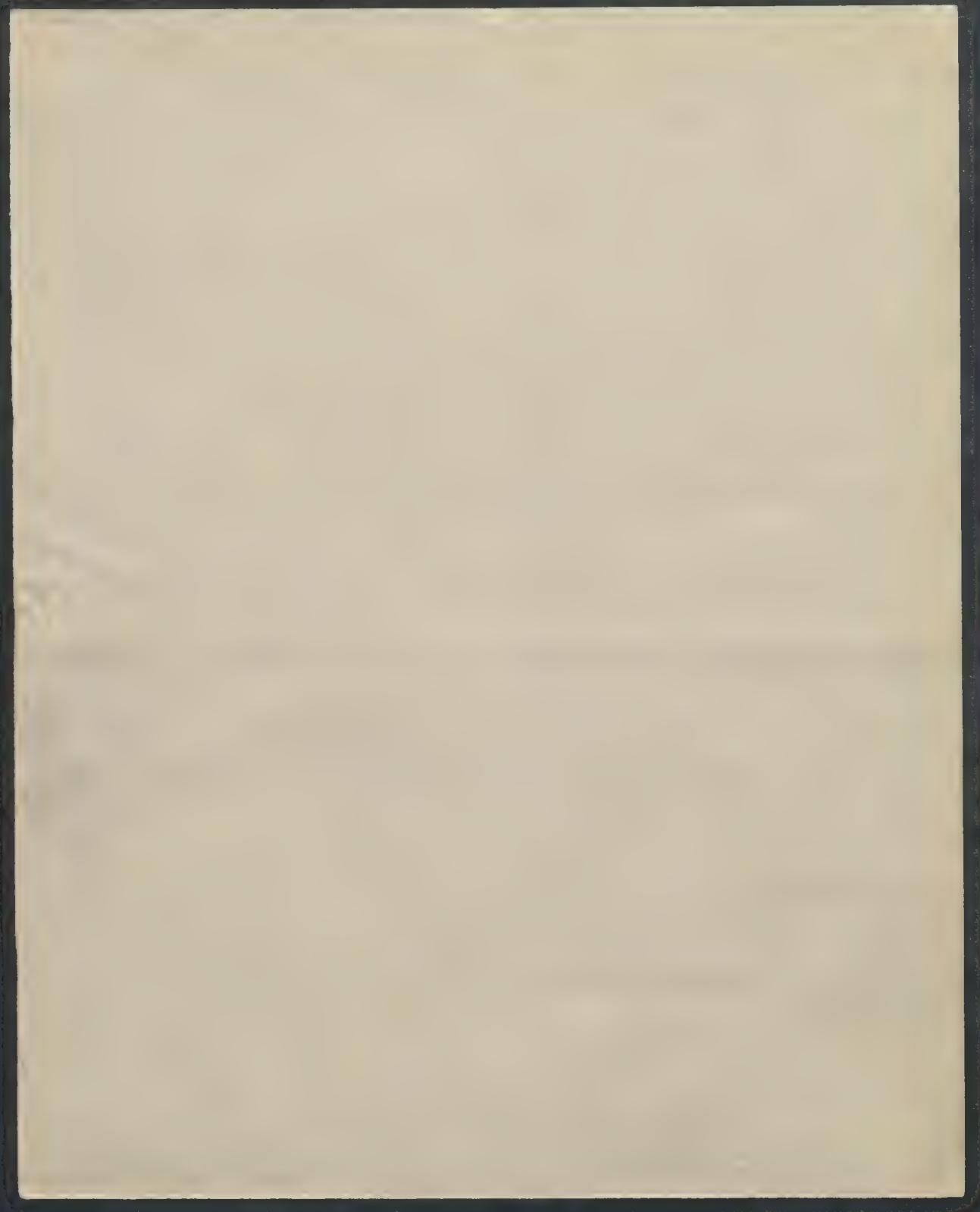
$$v = \sqrt{\frac{2p_2}{\rho}} \quad (3)$$

où p_2 désigne la pression dans l'espace extérieur ^B, et par conséquent, que les phénomènes en question se produisent à des vitesses d'autant plus petites que la pression ^{extérieure p_2} est plus petite.

Pour examiner ^{l'exactitude} ~~la réalité~~ de cette conclusion, je faisais communiquer le réservoir primaire du liquide, le tuyau de décharge, et le petit réservoir de matière colorante avec un vaisseau, d'où l'air pouvait être extrait ^{au} ~~par~~ moyen d'une trompe aspirante. De cette manière la valeur absolue de pression pouvait être diminuée à volonté, sans changement des différences relatives. *)

Or, des expériences répétées dans ^{des} diverses circonstances, avec abaissement de la pression p_2 de 75 cm. à 7 cm. de mercure, n'ont indiqué aucun

*) Il est avantageux ^{pour} éviter la formation de bulles d'air, d'y employer de l'eau exempte d'air, par ébullition.



changement dans la forme des lignes de flux, ce qui nous force à rejeter définitivement ^{l'application} ~~l'applicabilité~~ de la théorie de Helmholtz aux phénomènes en question.

4). Dans cette théorie, ce n'est que la densité du liquide ^{dans la} qui entre en calcul, ^{d'après (1)} en ayant une influence sur la pression hydrodynamique; le degré de viscosité est indifférent. D'après notre hypothèse, au contraire, c'est le rapport de la densité à la viscosité, la "fluidité", qui détermine la forme du mouvement. Si l'on connaît une solution particulière des équations (2) pour un liquide caractérisé par les coefficients μ_1, ρ_1 , on leur satisfait aussi, pour un autre liquide, à coefficients μ_2, ρ_2 , en ^{posant} ~~mettant~~ $u_2 = u_1 \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}$ etc., $\Delta p_2 = \Delta p_1 \frac{\mu_2^2 \rho_1}{\mu_1^2 \rho_2}$ (4) ce qui n'est qu'un ^{cas} particulier de la similitude dynamique. *)

Par conséquent, si notre explication du phénomène des vagues est exacte, la forme des lignes dépendra de la viscosité, mais elle sera la même dans les différents liquides, pour des vitesses choisies en raison inverse de leur fluidité, qui exigeront l'emploi des pressions proportionnelles à ~~l'inverse du produit~~ au rapport $\frac{\mu_2^2 \rho_1}{\mu_1^2 \rho_2}$.

En effet, cette règle a été vérifiée par l'emploi de deux solutions de glycérine, et des colorants mêlés avec cette substance jusqu'à l'égalisation des densités.

Voici ^{leurs} ~~les~~ valeurs relatives des coefficients de viscosité, mesurées par ^(pour la température 19.5°) ~~et les coefficients de similitude~~ $\frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}$

*) Voir: Helmholtz, Wiss. Abh. I p. 891, 158; Smoluchowski, ces Bulletins 1903 p. 151; Proc. met. fiz. IV p. 115 (1904); Phil. Mag. 7 p. 667 (1904).



la méthode ordinaire de Poiseuille et des coefficients de similitude

~~Syllabaire~~ $\alpha = \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}$, par rapport à l'eau employée, qui en résultait :

Glycérine I; densité 1.094 ; viscosité relative 3.58 ; $\alpha = 2.895$

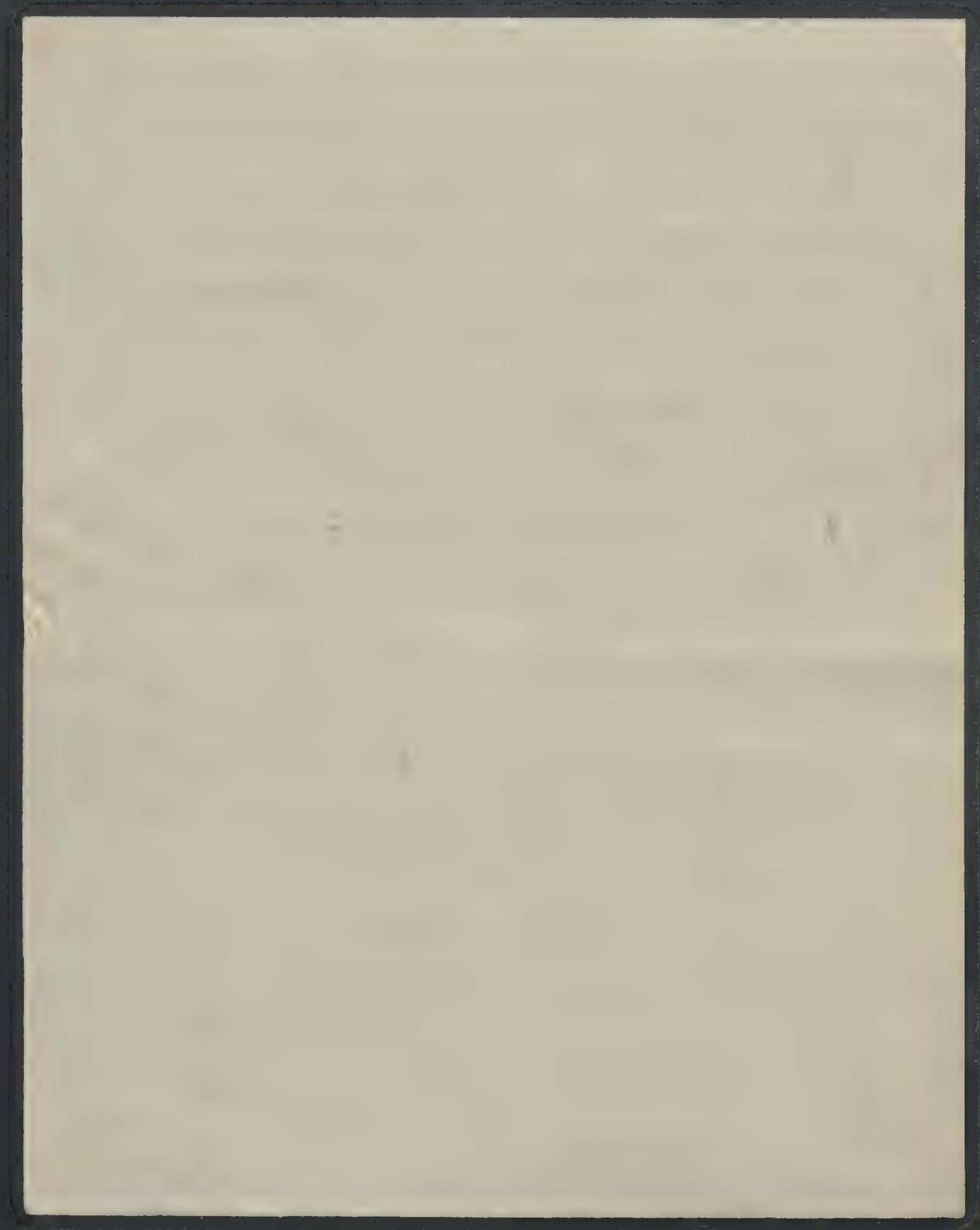
Glycérine II; densité 1.116 ; viscosité relative 5.02 ; $\alpha = 4.20$

Les densités des deux solutions correspondant aux ~~mélange~~ ~~de~~ degrés de concentration : 37.5% et 45.8%.

Les expériences s'accordaient si bien qu'on pouvait superposer les systèmes des courbes obtenues avec vitesses correspondantes. ^[d'après (1)] Ainsi la fig. 3 était obtenue dans l'eau avec la vitesse $0.90 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ dans Glycérine I avec la vitesse $2.58 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, d'où résulte le rapport des vitesses 2.87 en accord parfait avec le ~~nombre~~ ^{coefficient} de similitude 2.895. D'autre part, la vitesse $0.90 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ ou plutôt, en égard à la différence de densité : $0.86 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ qui d'après la théorie de Helmholtz (dans ~~la~~ ^{la} Glycérine I correspondrait) à la ~~figure~~ ^{vitesse} 0.90 dans l'eau, produit une image tout-à-fait différente, intermédiaire entre les fig. 4 et fig. 5.

De même, par exemple, l'identité de la fig. 4 ^(dans les trois liquides) obtenue avec des vitesses correspondantes (selon la relation (4)), a été constatée.

En traçant la fig. 6, j'ai tiré profit de cette ^{similitude} ~~similitude~~ ^{similitude} dynamique, en faisant usage de la figure résultant de la vitesse correspondante dans la glycérine II, puis que l'effet des courants de convection ~~pour~~ se faisait sentir ~~à~~ dans l'eau ordinaire à un tel degré, pour ce mouvement lent,



qu'on ne pouvait tracer que les parties antérieures et moyennes des lignes.

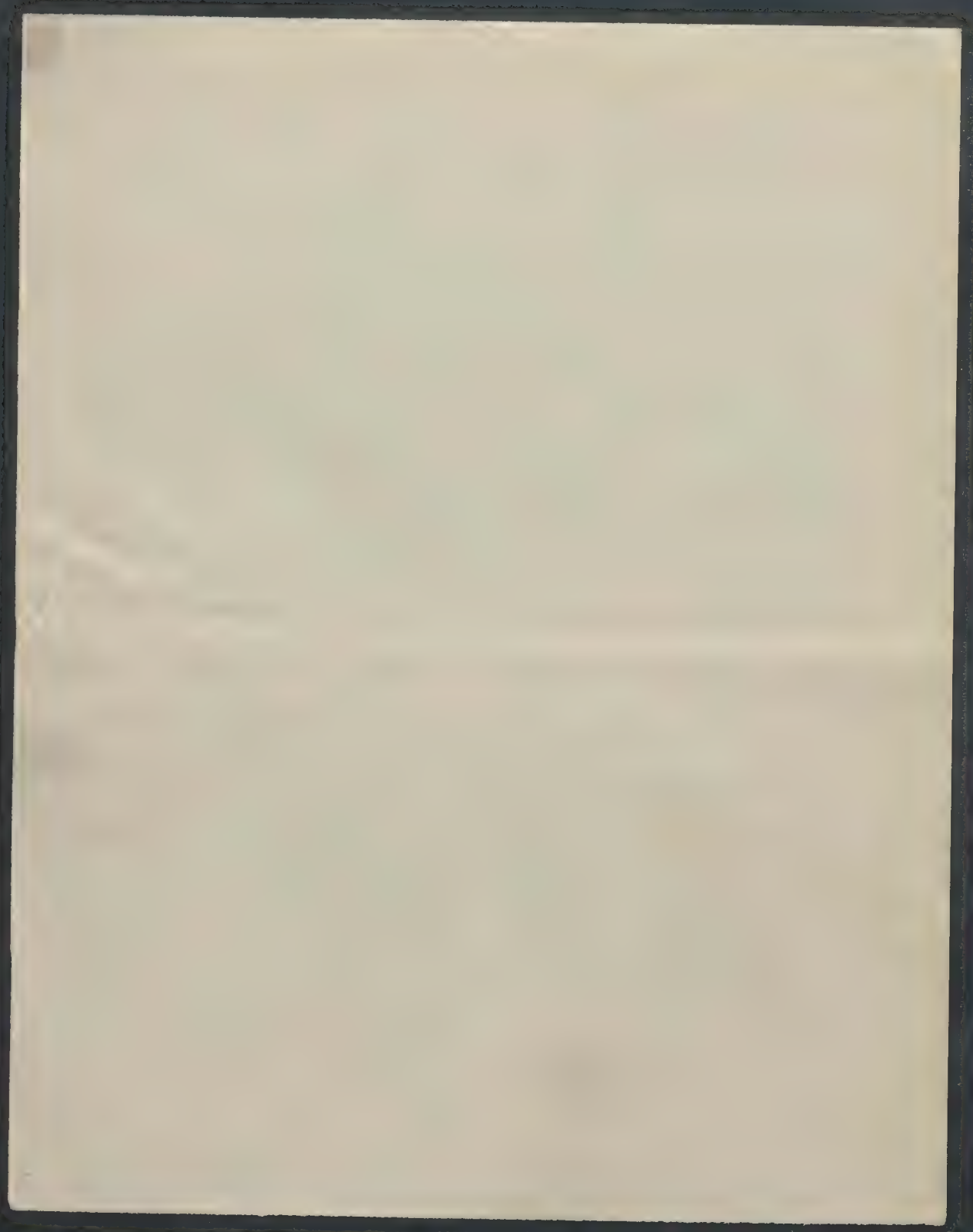
J'ajouterai, ^{entre} en parenthèse, que ceci semble être la première vérification expérimentale de l'identité géométrique des mouvements semblables. Aussi les déterminations approximatives des pressions s'accordaient avec la règle (4), mais je n'entrerai pas dans ces détails, qui n'ont pas de portée directe sur le sujet principal.

IV

Cependant que les faits exposés plus haut proviennent d'une façon évidente que la formation des veines liquides est causée par l'inertie et la viscosité, d'autre part, l'idée fondamentale de H. Scholte :

l'abaissement de pression à l'orifice et la possibilité d'une rupture du liquide, semble être bien raisonnable — c'est de cette façon même que nous expliquons le fonctionnement des trompes aspirantes — ^{c'est pourquoi} et ~~il paraissait~~ ~~raisonnable~~ ^{j'ai} poussé l'étude expérimentale plus loin, vers les vitesses grandes, où ^{se} (telles phénomènes se pourraient produire.

Comme le dispositif délicat, décrit plus haut, ne s'y prêtait pas, je construisis un appareil très simple ^{solide} et ^(Fig. 7) robuste, c'est-à-dire : un tube en verre (diamètre 84 mm, rétréci ^{dans la moitié de sa longueur} ~~de~~ au milieu de telle façon qu'il n'y restait qu'un ^{canal} ~~canal~~ étroit, dont les dimensions,



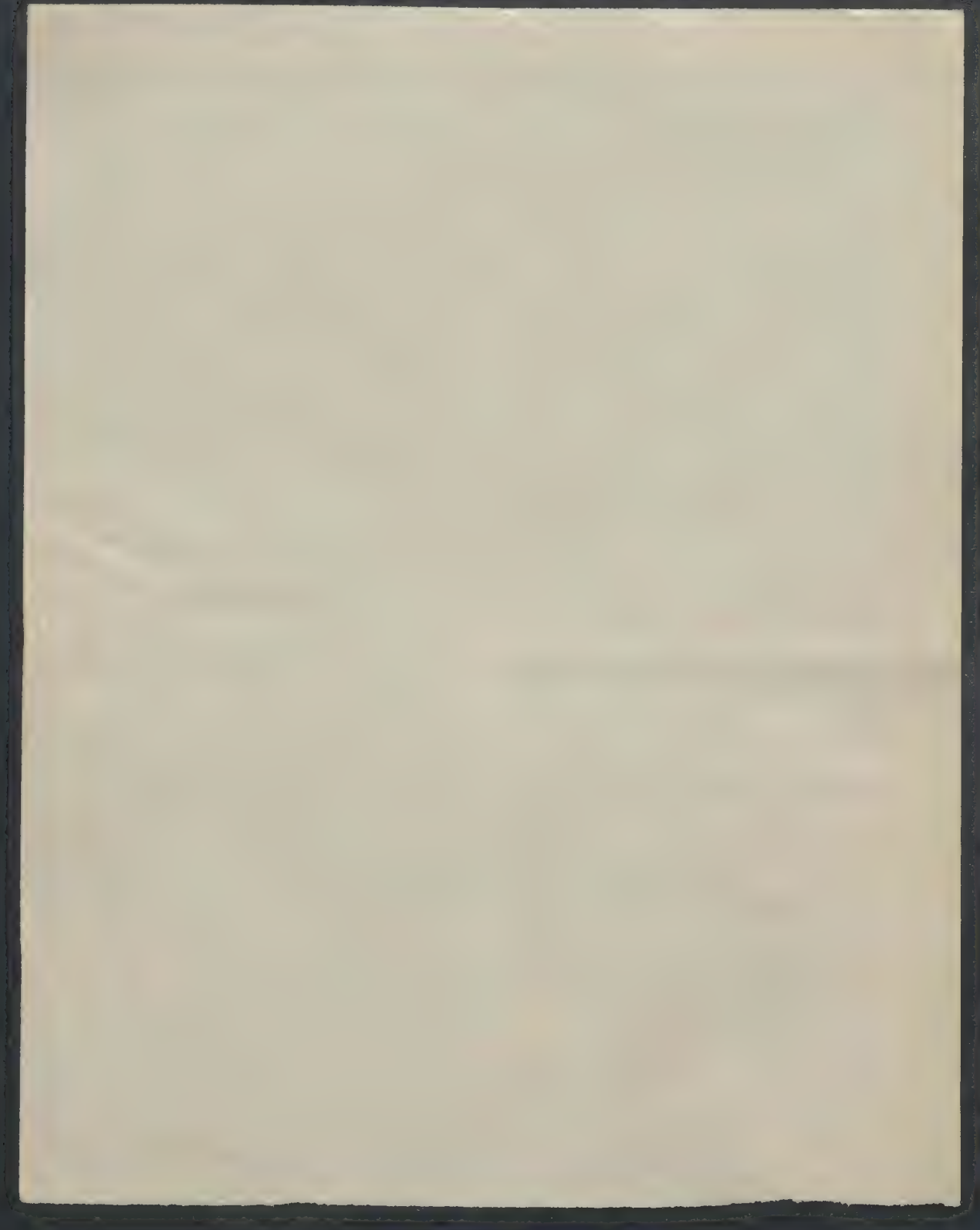
déterminées à la fin sur la coupe transversale du tube, aplaniée par ^{le} polissage étaient 0.93 et 100 mm.] qui était muni dans sa partie supérieure d'un petit tube latéral servant à l'introduction du colorant, ou à la communication avec un manomètre.

Fig. 7

D'abord, pour examiner les petites vitesses, ce tube fut mis en communication avec un diaphragme et avec un réservoir d'eau, à niveau plus élevé, causant une petite différence de pression. Les lignes de flux colorées mettaient en évidence les traits caractéristiques ~~de la~~ ^{des} veines, à ^{de la position de} des vitesses ~~si petites que~~ ^{6.1} $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ dans le canal (c'est 0.082 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ dans le tube). Pendant que l'asymétrie était disparue à la vitesse de 2.4 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, au contraire, avec 8.3 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, il s'y formait une veine cylindrique, longue de 3 cm., entourée de tourbillons, et sujette à des ~~des~~ petits changements oscillatoires.

En somme, en égard à la lenteur du mouvement et à la petitesse de la courbure des parois, il n'y ~~peut~~ pouvait pas être question des phénomènes de Helmholtz, et pourtant la veine caractéristique se formait.

En suite, ce tube fut attaché immédiatement au conduit d'eau ~~de~~ (pression 3.5 atm.), pendant que l'extrémité inférieure communiquait avec un vaisseau — servant à mesurer la vitesse d'afflux — où la pression pouvait être réduite ^{au} par moyen d'une trompe aspirante. ~~Ensuite~~ ^{D'abord} tout le tube fut rempli d'eau dans toute sa longueur.

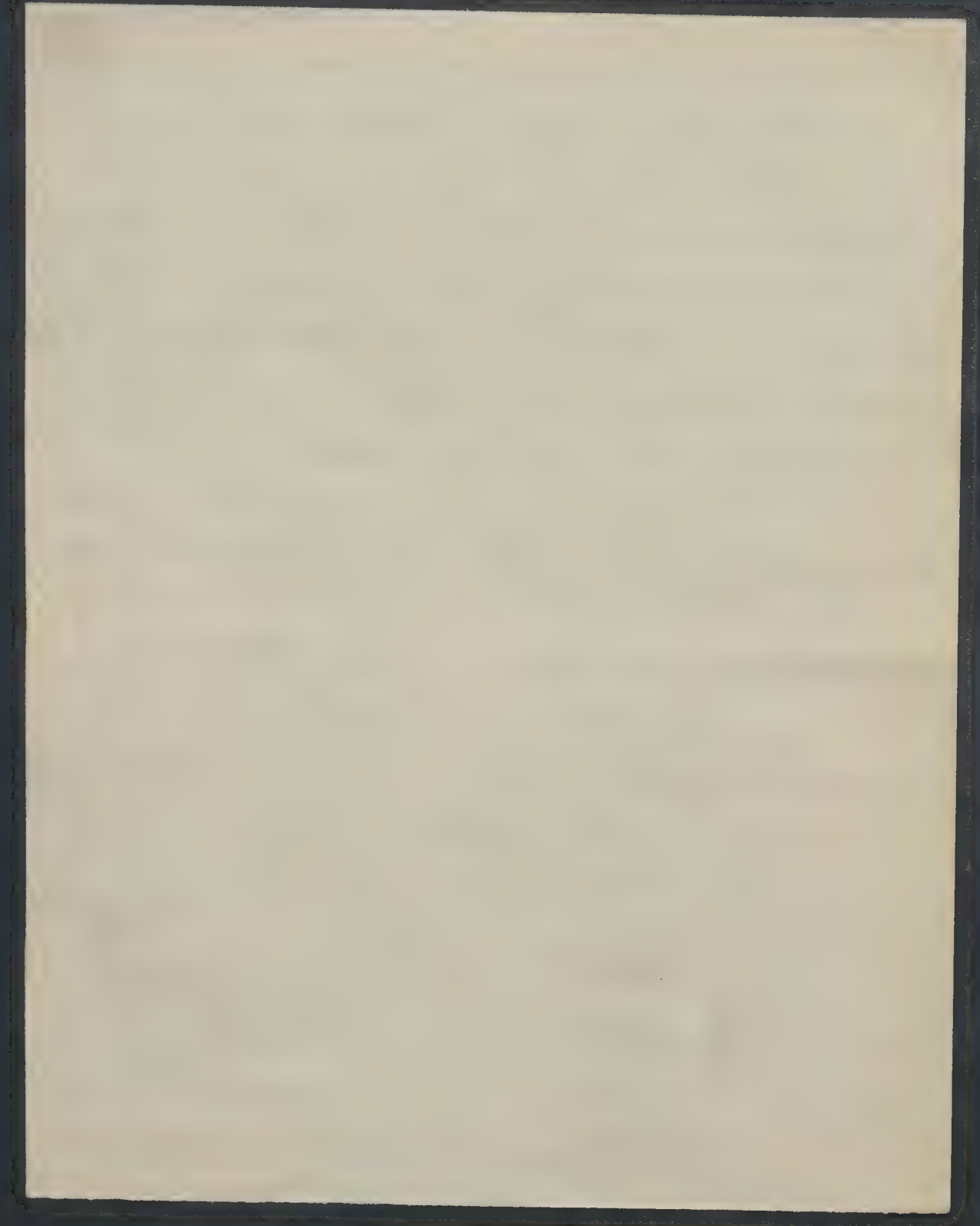


Et alors, lorsque le robinet fut ouvert, il y apparaissait, en réalité, pour une certaine vitesse, le phénomène ^{attendu} ~~espéré~~ la veine d'eau se déchirait, ou bien se détachait du liquide environnant, (en quittant le canal), ce qui était visible par suite de la formation d'une surface réfléchissante à l'intérieur. Mais le phénomène n'était pas du tout permanent, son caractère intermittent s'accusait par un bruit bouddonnant; aussi apercevait-on souvent des interruptions et, en général, une considérable irrégularité du phénomène.

En réglant l'efflux d'eau d'une façon convenable, on pouvait évaluer ~~la valeur critique~~ ^{approximativement} la vitesse critique, où ce phénomène apparaissait, à $24 \frac{m}{sec}$ dans le canal, tandis que la relation (3) exigeait une vitesse de $144 \frac{m}{sec}$ pour l'abaissement de la pression de 78 cm. à zéro.

Et lorsque la pression extérieure ~~pe~~ fut réduite à 35.5 cm, par moyen de la trompe, ~~sur~~ le phénomène se produisait dès que la vitesse $14 \frac{m}{sec}$ était atteinte, pour la pression de 25.5 cm à une vitesse de $12 \frac{m}{sec}$, ce qui correspond aux valeurs théoriques $9.7 \frac{cm}{sec}$ et $8.2 \frac{cm}{sec}$.

En même temps l'aspect du phénomène changeait: avec la pression atmosphérique l'eau - toute claire jusqu'au moment où la vitesse critique est atteinte - devient trouble au delà, ce qui provient du dégagement d'une quantité de toutes petites bulles d'air, mais avec l'emploi des pressions basses il s'y forment des bulles grandes, comme dans de l'eau bouillante.



On pourrait ^{s'attendre à trouver} ~~espérer~~ la vitesse d'afflux ~~est~~ indépendante de la pression ^{en amont} ~~à l'entrée~~ ^{ps}, pourvu que la vitesse critique soit atteinte, puisqu'alors la pression ^{à la sortie} ~~amont~~ de l'orifice aurait toujours la même valeur zéro. Mais cette conclusion n'a pas été vérifiée par l'expérience, au contraire, on constatait toujours un accroissement de vitesse ^{de v'} par suite d'augmentation de la pression p_s .

Les causes de cette divergence et des différences entre les valeurs calculées et observées des vitesses critiques sont sans doute les mêmes : d'une part le caractère instable, oscillatoire du phénomène et d'autre part la viscosité du liquide, qui défie tous les calculs basés sur l'abstraction des liquides idéals.

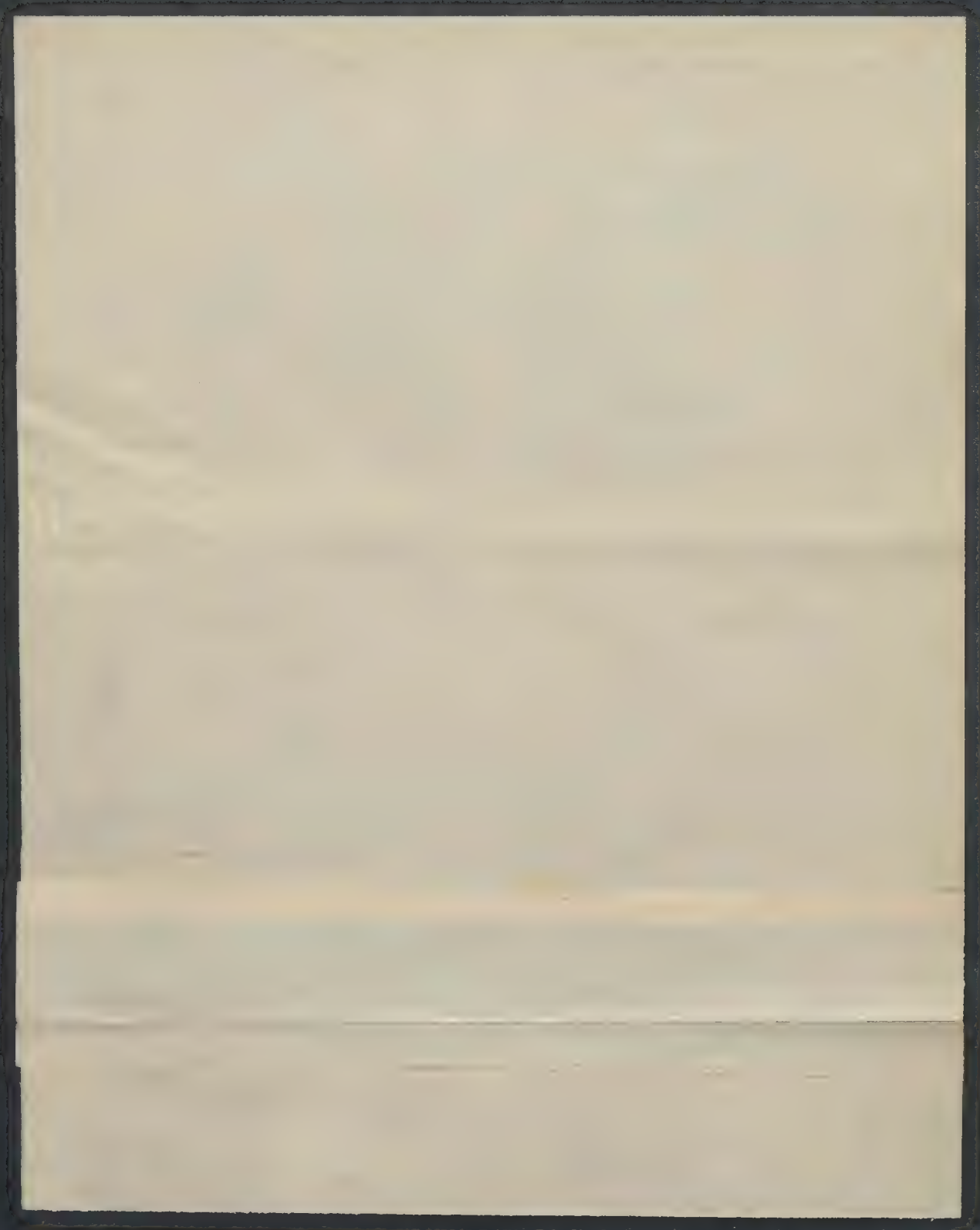
V.

Nous résumons les conclusions descriptives de ces expériences :

Le phénomène de Helmholtz, c'est à dire la ~~destruction~~ rupture de la masse liquide par ^{petite} ouverture, peut avoir lieu, ^{réalité} en ~~réalité~~ ^{si la} vitesse dépasse une valeur considérable (une vingtaine de mètres) mais c'est un phénomène secondaire, qui n'a rien à faire avec la formation des veines d'afflux mêmes, qui peut commencer à des vitesses plus que ~~cent~~ ^{cent} fois plus petites.

D'ailleurs ^{seront pas du tout à confirmer} ~~les~~ les expériences ne ~~peuvent~~ ^{peuvent} ~~rien~~ ^{rien} entendre, ~~par~~ l'hypothèse des surfaces de discontinuité ^{de vitesse}, qui nous paraît inadmissible ~~à tout point de~~ ^{de} ~~la~~ ^{pour des raisons expliquées au commencement.} En général, la théorie de Helmholtz est très intéressante, sans doute, ~~à~~ ^à point de vue théorique, puisqu'elle démontre la possibilité de tels phénomènes dans les liquides idéals, mais son application aux liquides réels n'est

*) Sans doute des vitesses beaucoup plus grandes ^{théoriques} sont nécessaires dans de l'eau purgée d'air.



18
nullement justifiée, même pour des ^{aussi} ~~telles~~ vitesses ^{que celles que l'on a vues} grandes, ce qui démontre
le fait de l'intermittence ^{*)} du phénomène et le désaccord du calcul des
vitesses et de l'observation directe.

Il ^{semble} ~~paraît~~ que c'est un cas analogue ^{à celui du} ~~au~~ mouvement des corps plongés
dans un liquide, où ^{l'hypothèse} les calculs basés sur l'idéalité ^{parfaite} des liquides, et
ne tenant pas compte ni de la dissipation de l'énergie ni de l'adhésion
aux parois, aboutissent à des conclusions tout-à-fait incorrectes.

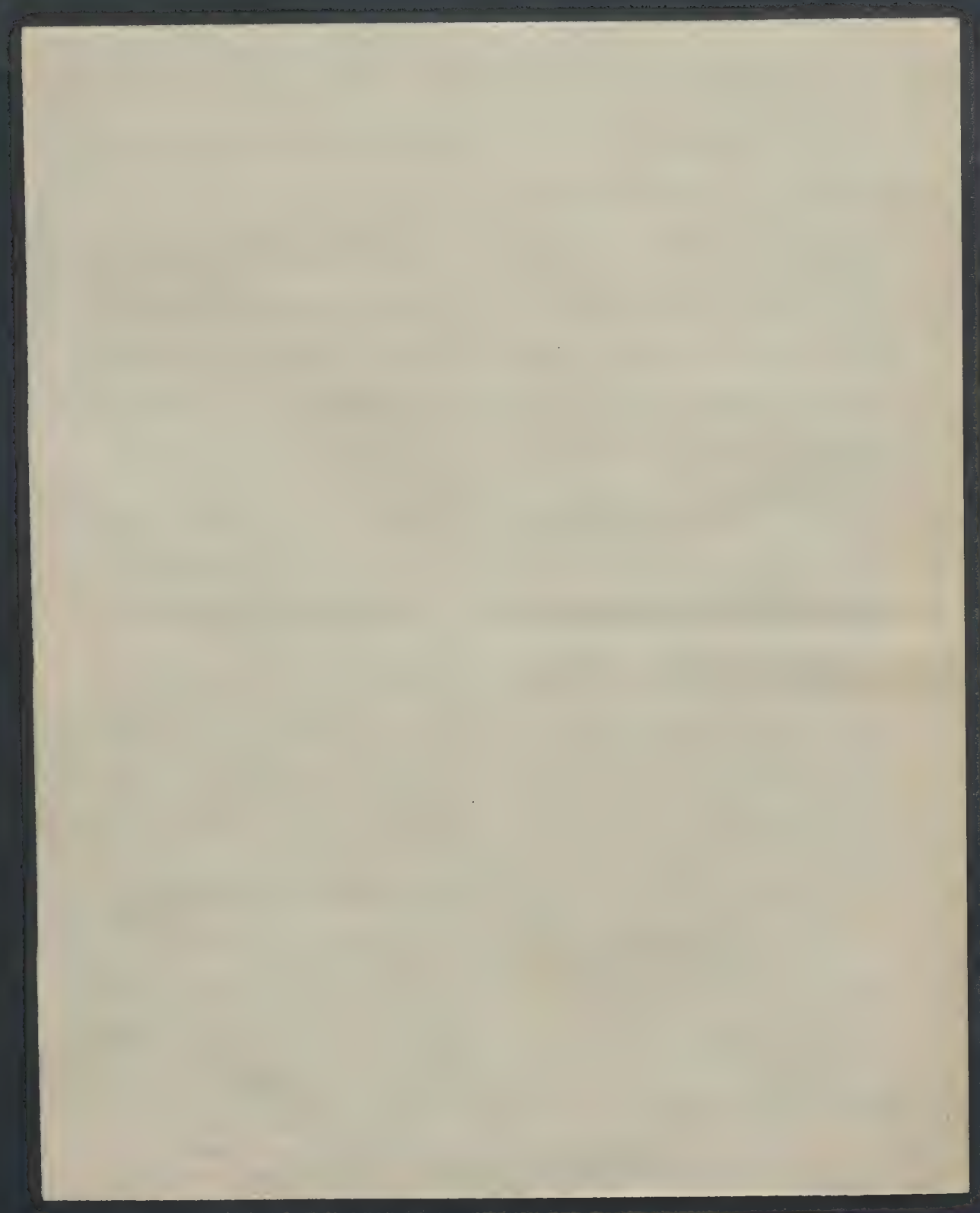
En outre, il faut remarquer que les solutions spéciales, trouvées
jusqu'ici d'après cette méthode, exigent toutes des valeurs définies de
la vitesse d'efflux pour une pression p_2 donnée, et ne répondent pas
à la question ^{Je savais ce qui} ~~qu'est-ce qui~~ arrive, si cette vitesse change par suite
d'un changement de la pression p_2 (en amont de l'orifice).

Quant à la formation des veines d'efflux, les expériences ont prouvé
que les lois de la similitude dynamique s'y appliquent ^{parfaitement}, ce qui est un
argument important en faveur de notre explication, qui réduit ce phénomène
aux lois ordinaires des liquides visqueux, ~~notamment~~ notamment aux effets
d'inertie ^(à mesure de la rapidité du mouvement) ~~s'accroissant~~ ^{proportionnellement} de la viscosité du liquide.
^{par rapport aux}

Cette similitude de dynamique donne le moyen de prédire la forme
^{des lignes de flux}
~~du mouvement~~ d'après les fig. 3, 4, 5, 6, pour des liquides à densité
et viscosité quelconque; de même il est facile d'en déduire l'influence

des dimensions de l'orifice, à savoir: les vitesses correspondantes seront

*) En connexion, sans doute, avec les "mouvements turbulents" et la formation du son dans les tuyaux.

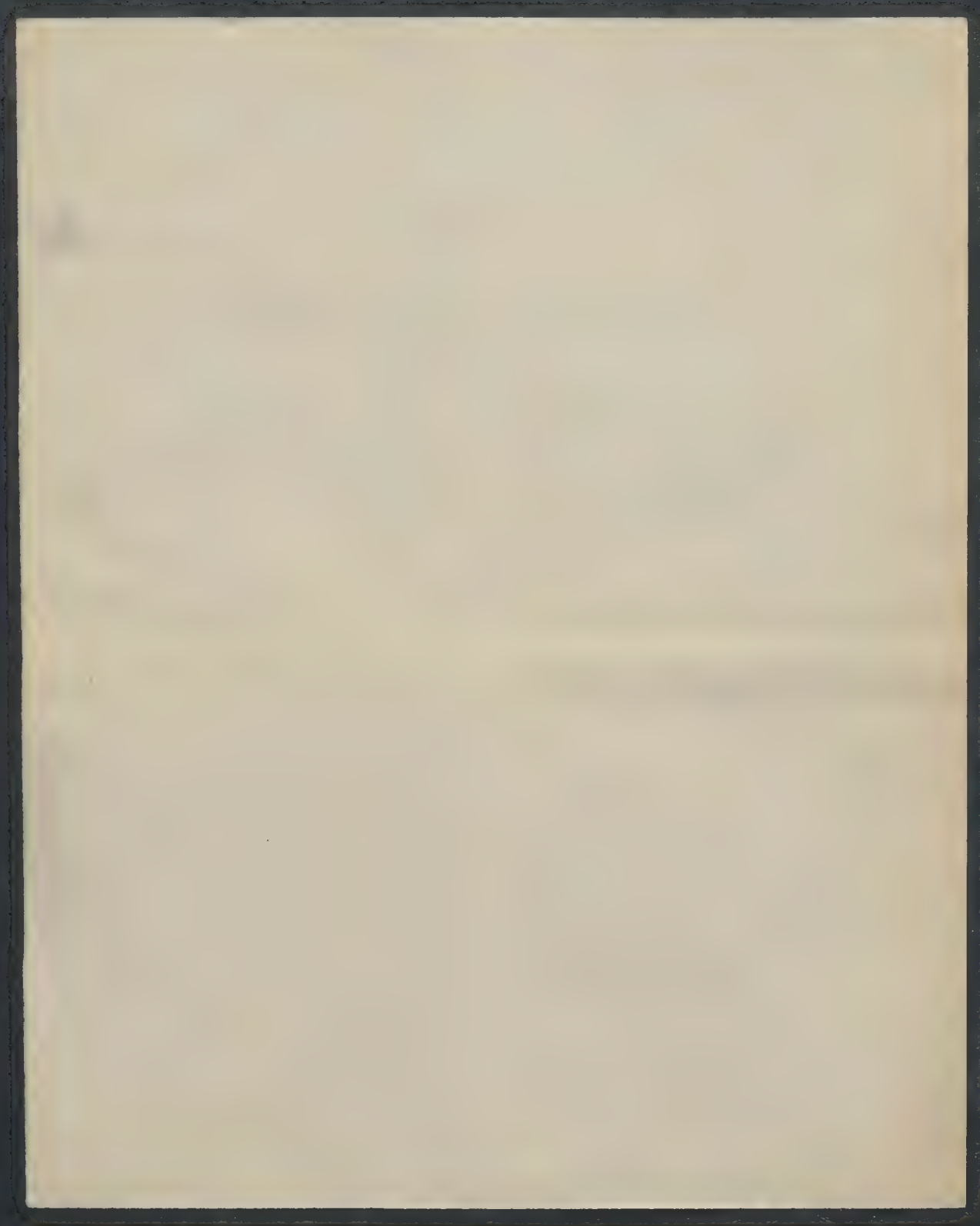


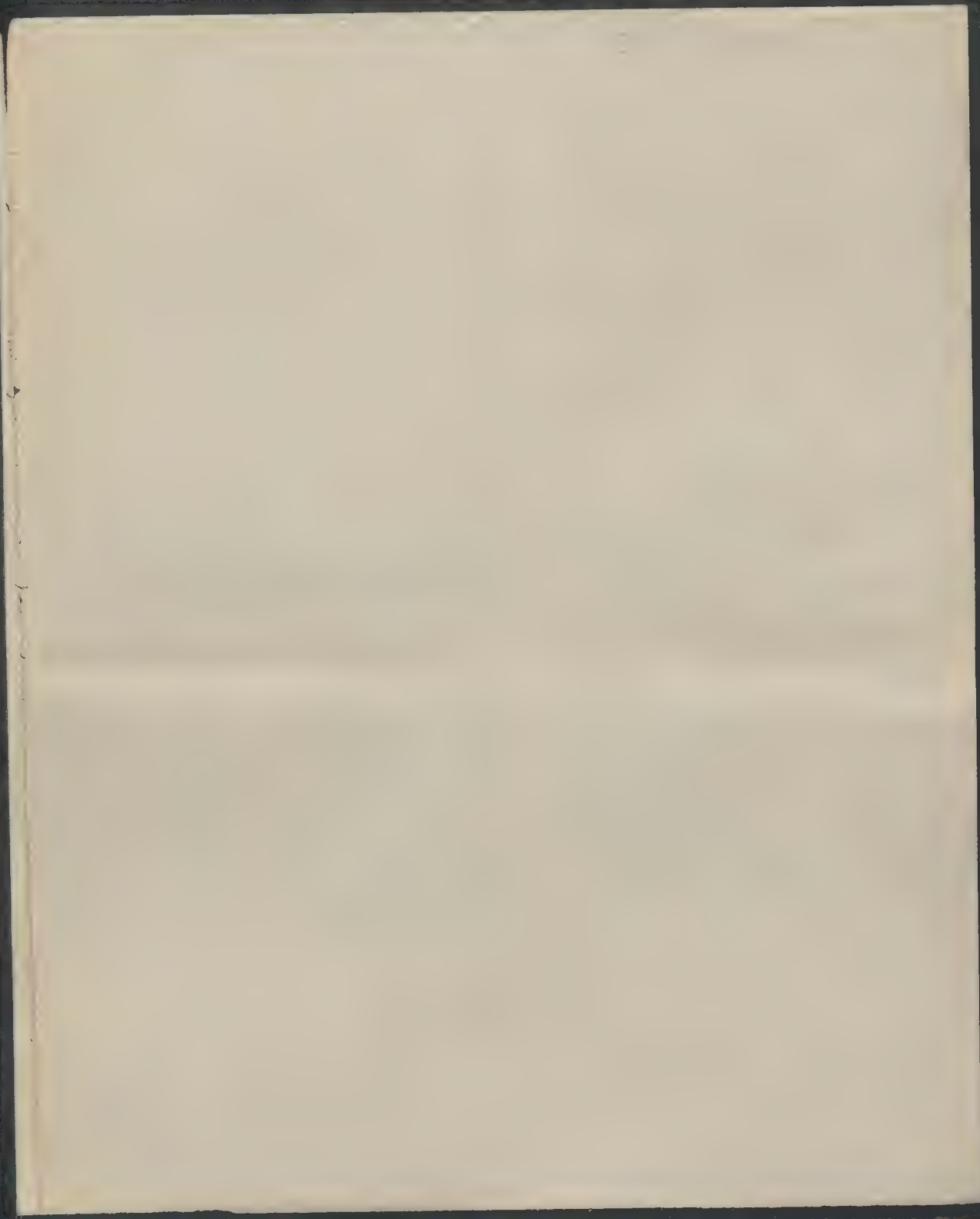
en proportion inverse aux dimensions et par conséquent, la veine se formera plutôt avec un orifice grand que petit. *)

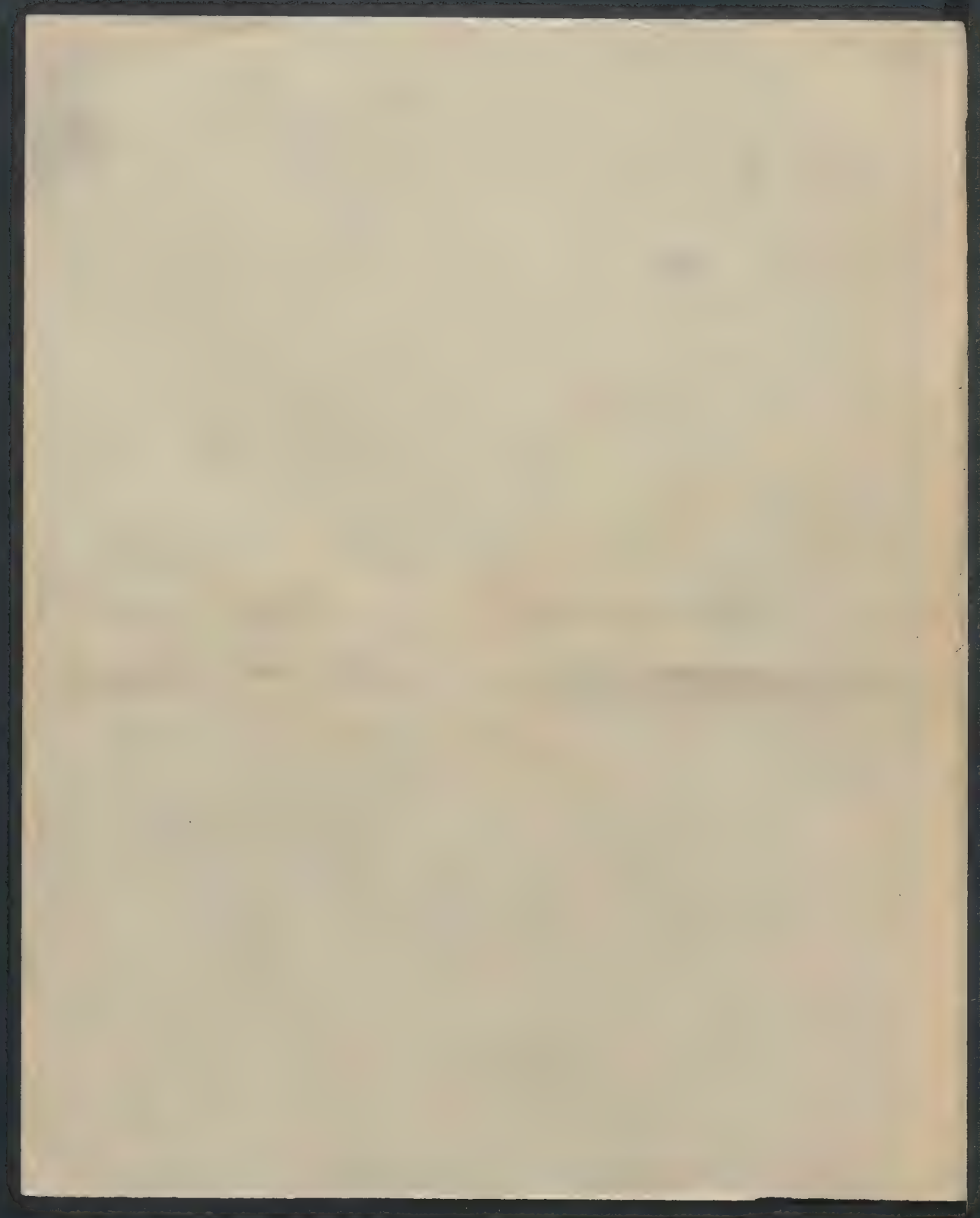
Cependant, l'explication donnée ne peut pas encore être considérée ^{comme} complète. Ce qui reste à faire, c'est ~~la calibration~~ ^{le calcul} théorique des lignes d'~~efflux~~ de flux ^{au moyen de} ~~sur la base de~~ cette théorie, et c'est là ^{problème} une tâche, à laquelle ^{sur lequel} j'espère ~~de revenir au future~~ dans l'avenir.

~~Liépol.~~ [Laboratoire de physique à l'université de Liépol.]

*) Il est probable que l'épaisseur de la paroi et la forme ^{du vaisseau} ~~de l'espace intérieur~~ seront indifférentes, jusqu'à une certaine limite.







Grupa korekta do p. prof. Smoluchowski
adres: Poronin, Włcha Chawanka. Do prof. Smoluchowski
druż. korekty p. prof. Smoluchowski 367
w Zakopanem

33. M. M. SMOLUCHOWSKI. O powstawaniu żył podczas wypływu cieczy.
(Sur la formation des veines d'efflux dans les liquides). Mémoire
présenté par M. L. Natanson m. t.

I.

Un des phénomènes les plus ordinaires pourtant (et) trop peu étudiés, de l'hydrodynamique, est la formation d'une veine d'efflux lorsqu'un liquide passe par un petit orifice avec une vitesse suffisante. On peut s'expliquer ce fait, lorsque le liquide en traversant p. ex. une ouverture dans le fond d'un vase soit dans l'air ambiante, par l'action de la gravité et de la tension capillaire, qui ont la plus grande influence sur la forme du jet et qui peuvent causer même sa dispersion dans un train de gouttelettes.

Mais même lorsque l'espace extérieur est rempli du même liquide (rendu visible par la différence de coloration) où ces forces ne peuvent pas opérer, le liquide y forme une veine, au lieu de s'épancher dans toutes les directions. Ce phénomène est bien connu en aéromécanique (colonne de fumée, jet de vapeur).

À première vue l'interprétation de ces phénomènes d'après l'hydrodynamique des liquides idéals paraît impossible, puisqu'alors la distribution des lignes de flux devrait être analogue à celle des courants électriques, qui tendent, au contraire, à remplir toute l'étendue du corps conducteur. Cependant, Helmholtz ¹⁾ a établi une différence importante de ces deux cas, qui consiste dans une condition additionnelle de l'hydrodynamique, c'est-à-dire que la pression absolue ne peut s'abaisser nulle part au-dessous de la valeur zéro. Au lieu de dépasser cette limite, le liquide se déchirerait, et la rupture engendrerait une surface de discontinuité. Or, la théorie exige que la vitesse du liquide, qui est liée avec l'abaissement de la pression par la formule

$$p = p_0 - \rho \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

devienne infinie à chaque arrête pointée, d'où résulterait toutfois la naissance de telles surfaces de discontinuité, dans ces endroits.

Dans le cas mentionné il faut s'imaginer, d'après Helmholtz, que le liquide se fend au bord de l'orifice, et que la surface de

¹⁾ Berl. Ber. 1868 p. 215, Gesam. Abh. I p. 146.

discontinuité, où la pression est zéro, produit ce que nous appelons veine d'efflux, en séparant les parties centrales, animées d'un mouvement rapide, de l'eau dormante, à l'extérieur.

Cette théorie, en donnant lieu, dans le cas de deux dimensions, à l'emploi élégant des fonctions de variables complexes, a été le point de départ d'une quantité de recherches¹⁾ sur des formes spéciales des veines, qui forment un domaine considérable de l'hydrodynamique classique, très intéressant, sans doute, au point de vue mathématique.

Mais il semble qu'on n'a jamais essayé de vérifier les hypothèses, sur lesquelles elle repose d'une façon expérimentale.

Et il faut remarquer que cette théorie n'a pas été acceptée dans contradiction: c'est surtout Lord Kelvin²⁾ qui s'oppose à l'hypothèse des surfaces de discontinuité.

En effet, la supposition d'une telle surface, où deux parties du liquide à vitesses différentes et permanentes sont en contact, quoique justifiée dans le cas des liquides idéals, est inadmissible pour les liquides réels dotés d'une certaine viscosité, puisque la friction nivellerait cette différence des vitesses dans un moment³⁾. On ne peut que la regarder comme une fiction mathématique, dont l'usage peut être avantageux quelquefois, mais pour laquelle on prouve que les conséquences ne sont pas de nature fictive aussi.

Nous examinerons pas maintenant si un tel mouvement, pour lequel il soit possible, paraît stable puisque nous serons conduits à élucider cette question par l'expérience à la fin de ce travail; mais il faut insister au contraire sur ce fait que l'hypothèse du liquide parfait s'écarte de la réalité surtout dans ce qui est le plus important pour cette théorie, en admettant un glissement parfait, le long des parois du vaisseau et de l'orifice, tandis que les liquides réels y forment une couche adhérente immobile et par conséquent, ne causent pas prétendu abaissement infini de la pression aux arrêtes pointues.

D'autre part, comme je l'ai exposé dans un autre travail⁴⁾, les équations ordinaires des fluides sont suffisantes — bien entendu si

¹⁾ Kichhoff Crelle J. 70 (1869), Abhdlg. p. 416; Rayleigh Phil. Mag. (1873) p. 430; Michell Phil. Trans 1890; Réthy Beibl. 1895 p. 6/9 etc.

²⁾ Nature 50 p. 524—597 (1894).

³⁾ Voir p. ex. Lamb Hydrodynamics p. 541.

⁴⁾ Ces Bulletins 1903 p. 149.

l'on tient compte de la viscosité — pour prouver la nécessité du phénomène caractéristique ~~la~~ question: de l'asymétrie des lignes de flux, par rapport à la surface de séparation.

Lorsque le mouvement est ~~assez lent~~ pour permettre l'omission des termes du second degré par rapport aux vitesses, les équations du mouvement

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \text{ etc.} \quad (2)$$

ne sont pas changées par la substitution de $-u$, $-v$, $-w$, $a-p$, au lieu de u , v , w , p ; c'est-à-dire les lignes de flux ne changent pas de forme (seulement de direction) par suite d'une inversion des différences de pression, et par conséquent, elles doivent être symétriques des deux cotés de l'orifice, pourvu que les parois soient symétriques.

Mais à mesure de l'accroissement des vitesses les termes d'inertie gagnent en importance, la substitution mentionnée cesse d'être applicable, et le mouvement devient asymétrique.

Il est facile de reconnaître, en considérant l'effet de ces deux facteurs, que le résultat sera justement une tendance au changement du mouvement dans le sens indiqué par le phénomène des veines.

Le but de l'étude expérimentale exposée dans ce travail est de trancher la question de savoir si c'est l'effet de l'inertie et de la viscosité, comme nous le supposons, ou bien si c'est la formation des surfaces de discontinuité, conformément aux veines Helmholtz, qui produit le phénomène des veines d'efflux.

II.

Les expériences étaient basées sur la méthode bien connue¹⁾ qui consiste à faire entrer une matière colorante dans un certain point du liquide en mouvement, ce qui permet d'observer la ligne de flux qui y passe, et de la copier.

Je choisis comme l'exemple le plus simple et le mieux défini: l'efflux par une ouverture dans une paroi mince. Cette paroi était

¹⁾ Oberbeck, Wied. Ann. 2 p. 1 (1877); Reynolds, Phil. Trans. 1883; Marey Journ. Phys. 1 p. 192 (1902) et autres expérimentateurs.

représentée par une feuille de cuivre dur (épaisseur 0.093 mm) séparant les deux parties d'un tube en verre (diamètre 45 mm) dont les bases, planes et polies, y étaient attachées avec un peu de cire à cacheter. L'ouverture, au centre de la feuille, qui était traversée par le courant du liquide, avait une forme circulaire (diamètre 2.45 mm); ses bords étaient arrondis.

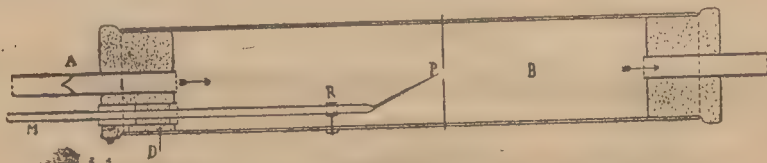


Fig. 1.

Les extrémités opposées des tubes étaient fermées par des bouchons, avec des tuyaux d'entrée et de décharge, dont l'un était construit d'une façon spéciale A, avec une pointe à l'intérieur percée d'un tout petit trou, ce qui avait pour but de réduire les vitesses aux valeurs très petites exigées, comme nous verrons plus loin, dans ces expériences.

On produisait les vitesses désirées en élevant le réservoir à l'hauteur convenable au-dessus du tuyau de décharge. Leurs valeurs résultant du nombre des gouttes qui s'y écoulèrent, et de leur poids moyen, obtenu par une détermination spéciale.

L'introduction de la matière colorante se faisait au moyen du tube M, terminé par un allongement capillaire extrêmement mince et guidé par l'anneau R et par la boîte hermétique D, de telle façon que le point P d'où sortait la matière colorante, pouvait être approché de plus ou moins à la paroi de séparation, en adoptant, en outre, une distance latérale quelconque, par suite d'un mouvement rotatoire du tube M. Le liquide colorant sortait, en quantités très petites, pour éviter l'influence sur les lignes de flux, par suite de la pression exercée par un petit réservoir situé plus haut. C'était de l'encre bleue ordinaire mais filtrée avec soin dont je faisais usage pour ces expériences; sa densité était mesurée à 1.00085 par rapport à l'eau de température égale (17°C) et celle de l'eau employée y était égalisée par l'addition d'une petite quantité (0.12%) de sel.

La situation de l'appareil était telle que le point P et le milieu de l'ouverture se trouvaient au même niveau; par conséquent la ligne de flux colorée, s'étendant de P dans le vaisseau B était

contenue dans un plan horizontal, et dans la même position se trouvait son image produit sur la table, au moyen d'un miroir incliné, réfléchissant des rayons incidents perpendiculaires sur un prisme à réflexion totale.

On avait choisi cette disposition, puisqu'alors les courants verticaux de convection produisent les moindres perturbations qui, en plus, peuvent être contrôlées toujours, en observant si la ligne de flux est bien horizontale. Ces courants engendrés par des variations de la température environnante causent bien d'ennui, lorsque la vitesse horizontale du liquide est petite. Pour diminuer leurs effets il fallut envelopper l'appareil d'un large tube en verre, rempli chaque fois avec le même liquide que le vaisseau intérieur. Ces difficultés disparaissent d'ailleurs, pour la plupart, avec l'emploi des liquides plus visqueux, d'autant plus qu'il y faut employer caeteris paribus, comme nous verrons plus loin, des vitesses plus grandes.

Outre ces précautions il fallait prendre garde à la purification extrême des liquides employés et de l'appareil lui-même, puisque la moindre particule de poussière suffisait à engorger la capillaire P ou l'ouverture A , et dans les expériences à pression diminuée, au contact hermétique de toutes les parties de l'appareil.

III.

Voici le résumé des résultats de nos expériences:

1) On observe la formation distincte des veines d'efflux, c'est-à-dire une diminution dans la divergence des lignes d'efflux, avec des vitesses très petites ($0.5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ vitesse moyenne dans l'ouverture pour l'eau). De plus, la vitesse¹⁾ paraissait maxima dans l'axe de la veine et diminuait vers les parois, tandis que d'après Helmholtz l'inverse aurait dû se passer, avec une valeur critique de la vitesse, nécessaire à surmonter la pression atmosphérique et à former la veine, de $14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

2) Les calculs de Helmholtz et de ses successeurs ne s'appliquent qu'à ces le plus simple: des parois infiniment minces et des arrêtes

¹⁾ Qui peut être jugée d'après la ténuité du filament coloré, ou directement, en observant le mouvement d'un train d'agglomérations colorées produites par des secousses périodiques.

absolument pointues. En réalité on devrait s'attendre, eu égard à la courbure finie des bords de l'orifice, à trouver une vitesse critique, séparant le cas où l'efflux est normal et analogue au flux d'électricité, et celui où la rupture du liquide et la formation de la veine a lieu.

Les expériences n'en ont indiqué rien, au contraire, le changement de la forme des lignes d'efflux avec vitesse croissante était tout à fait continu. C'est ce qui résulte de la figure 2, où la ligne de flux, sortant d'un point latéral P est tracée pour quelques valeurs de la vitesse:

1) 0.90; 2) 0.80; 3) 0.71; 4) 0.55; 5) 0.43; 6) 0.24 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$;

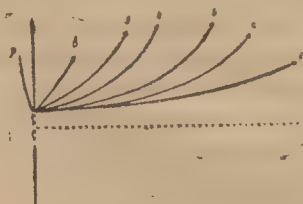


Fig. 2.

L'influence de la vitesse sur la partie située en aval de l'ouverture est évidente, tandis que les changements de la partie en amont étaient si petites que le dessin ne les accuse pas. En concordance avec nos remarques sur l'importance relative de l'inertie et de la viscosité, l'asymétrie ressort à mesure de l'accroissement de la vitesse, tandis que la courbe obtenue avec la moindre vitesse est presque symétrique.

Cette disparition de la symétrie et cette concentration graduelle des lignes d'efflux dans la veine ressort d'une façon plus nette encore dans les fig. 3, 4, 5, 6, correspondants aux vitesses 0.90, 0.45, 0.23, 0.14 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

Elles sont le résultat d'une série de dessins, obtenus par superposition des différentes lignes produites par une vitesse donnée.

Un détail remarquable c'est la formation des tourbillons annulaires, entourant la veine centrale — développée très nettement surtout dans la fig. 3 — qu'on pouvait observer par inversion du courant, ainsi que le point P se trouvait du côté de la veine d'efflux.

Elle donne le moyen de définir ce qu'on peut appeler surface

de la veine, c'est à dire: la surface qui, en prenant origine aux bords de l'ouverture sépare les lignes de flux provenant de l'espace en amont et les lignes closes tourbillonnaires de l'espace en aval. Donc, il est évident aussi, que le liquide environnant participe au

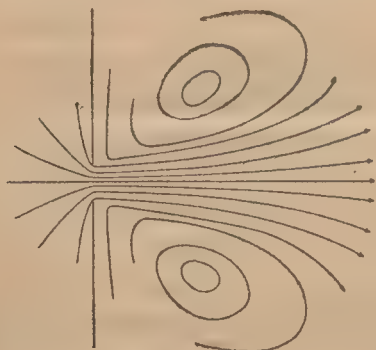


Fig. 3.



Fig. 4.

mouvement de la veine, quoique dans un degré inférieur, et rien n'indique l'existence d'une discontinuité de vitesse.

Ces tourbillons s'évanouissent rapidement avec diminution de vitesse; la fig. 5 indique encore la convergence caractéristique des lignes de flux latérales en aval de l'ouverture, mais dans le cas représenté par la fig. 6, où il n'y a plus qu'une trace d'asymétrie, rien n'en pouvait être découvert; sans doute les courbes tendent vers une forme tout à fait symétrique pour la limite zéro de vitesse.

3) Puisque, d'après Helmholtz, la naissance de la discontinuité dépend de la condition, que la pression aux bords de l'orifice s'abaisse à zéro, il en résulte que la vitesse critique devrait satisfaire à la relation

$$v = \sqrt{\frac{2p_2}{\rho}}, \quad (3)$$

où p_2 désigne la pression dans l'espace extérieur B , et par conséquent, que les phénomènes en question se produisent à des vitesses d'autant plus petites que la pression extérieure p_2 est plus petite.

Pour examiner l'exactitude de cette conclusion, je communiquai le réservoir primaire du liquide, tuyau de décharge, et le petit réservoir de matière colorante avec un vaisseau, d'où l'air pouvait être extrait au moyen d'une trompe aspirante. De cette manière la

la valeur absolue de la pression pouvait être diminuée à volonté, sans changement des différences relatives¹⁾.

Or, des expériences répétées dans des circonstances diverses, avec abaissement de la pression p_2 de 75 cm à 7 cm de mercure, n'ont indiqué aucun changement dans la forme des lignes de flux,

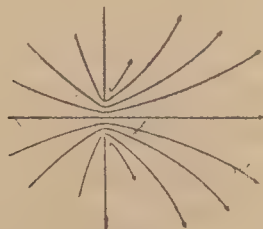


Fig. 5.



Fig. 6.

ce qui nous force à rejeter définitivement l'application de la théorie de Helmholtz aux phénomènes en question.

4) Dans cette théorie, ce n'est pas la densité du liquide qui entre dans le calcul d'après (1), en ayant une influence sur la pression hydrodynamique; le degré de viscosité est indifférent. D'après notre hypothèse, au contraire, c'est le rapport de la densité à la viscosité, la „fluidité“, qui détermine la forme du mouvement. Si l'on connaît une solution particulière des équations (2) pour un liquide caractérisé par les coefficients μ_1, ϱ_1 , on leur satisfait aussi, pour un autre liquide, à coefficients μ_2, ϱ_2 , en posant

$$(4) \quad \mu_2 = \mu_1 \frac{\mu_2 \varrho_1}{\mu_1 \varrho_2} \text{ etc., } \Delta p_2 = \Delta p_1 \frac{\mu_2^2 \varrho_1}{\mu_1^2 \varrho_2}$$

ce qui n'est qu'un cas particulier de la similitude dynamique²⁾.

Par conséquent, si notre explication du phénomène des veines est exacte, la forme des lignes dépendra de la viscosité, mais elle sera la même dans les différents liquides, pour des vitesses choisies en raison inverse de leur fluidité, qui exigeront l'emploi des pressions proportionnelles au rapport $\frac{\mu_2^2 \varrho_1}{\mu_1^2 \varrho_2}$.

¹⁾ Il est avantageux pour éviter la formation de bulles d'air, d'y employer de l'eau exempte d'air, par ébullition.

²⁾ Voir: Helmholtz, Wiss. Abh. I. p. 158, 891; Smoluchowski, ces Bulletins 1903 p. 151; Prace mat. fiz. XV p. 115 (1904); Phil. Mag. 7 p. 666 (1904).

En effet, cette règle a été vérifiée par l'emploi de deux solutions de glycérine, et des colorants mêlés avec cette substance jusqu'à l'égalisation des densités.

Voici les valeurs relatives de leurs coefficients de viscosité (pour la température 19.5°), mesurées par la méthode de Poiseuille et des coefficients de similitude $\alpha = \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}$, par rapport à l'eau employée qui en résultent:

Glycérine I; densité 1.094; viscosité relative 3.38; $\alpha = 2.895$

Glycérine II; densité 1.116; viscosité relative 5.02; $\alpha = 4.20$

Les densités des deux solutions correspondent aux degrés de concentration: 37.5% et 45.8%.

Les expériences s'accordaient si bien qu'on pouvait superposer les systèmes des courbes obtenus avec vitesses correspondantes [d'après (4)]. Ainsi la fig. 3 était obtenue dans l'eau avec la vitesse

0.90 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ qui d'après la théorie de Helmholtz correspondrait dans

la Glycérine I à la vitesse 0.90 dans l'eau, produit une image tout-à-fait différente, intermédiaire entre les fig. 4 et fig. 5.

De même, par exemple, l'identité de la fig. 4 obtenue dans les trois liquides avec des vitesses correspondantes (selon la relation (4)) a été constatée.

En traçant la fig. 6, j'ai tiré profit de cette similitude dynamique, en faisant usage de la figure résultant de la vitesse correspondante dans la glycérine II, puisque l'effet des courants de convection se faisait sentir dans l'eau ordinaire à un tel degré, pour ce mouvement lent, qu'on ne pouvait tracer que les parties antérieures et moyennes des lignes.

J'ajouterai, entre parenthèses, que ceci semble être la première vérification expérimentale de l'identité géométrique des mouvements semblables. Aussi les déterminations approximatives des pressions s'accordaient avec la règle (4), mais je n'entrerai pas dans ces détails, qui n'ont pas de portée directe sur le sujet principal.

IV.

Pendant que les faits exposés plus haut prouvent d'une façon évidente que la formation des veines liquides est causée par l'inertie et la viscosité, d'autre part, l'idée fondamentale de Helmholtz: l'abaissement de pression à l'orifice et la possibilité d'une rupture

, dans Glycérine I avec la vitesse 2.58 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, d'où résulte le rapport des vitesses 2.87, en accord parfait avec le coefficient de similitude 2.895. D'autre part, la vitesse 0.90 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ ou plutôt, en égard à la différence de densité: 0.86 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$,

du liquide, semble être bien raisonnable — c'est de cette façon même que nous expliquons le fonctionnement des trompes aspirantes — et c'est pourquoi j'ai poussé l'étude expérimentale plus loin, vers les vitesses grandes, où de telles phénomènes se pourraient produire.

Comme le dispositif délicat, décrit plus haut, ne s'y prêtait pas, je construisis un appareil très simple et solide (Fig. 7), c'est-à-dire: un tube en verre (diamètre 8.4 mm) rétréci dans la moitié de sa longueur ~~en milieu~~ de telle façon qu'il n'y restait qu'un canal étroit [dont les dimensions, déterminées à la fin sur la coupe transversale du tube, aplanie par le polissage étaient 0.93 et 1.00 mm] qui était muni dans sa partie supérieure d'un petit tube latéral servant à l'introduction du colorant, ou à la communication avec un manomètre.

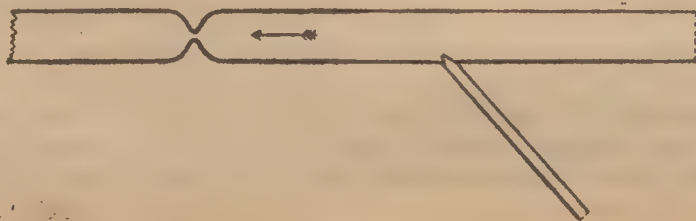


Fig. 7.

D'abord, pour examiner les petites vitesses, ce tube fut mis en communication avec un diaphragme et avec un réservoir d'eau, à niveau plus élevé, causant une petite différence de pression. Les lignes de flux colorées ~~montraient~~ mettaient en évidence les traits caractéristiques des veines, à des vitesses de la petitesse de $6.1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ dans le canal (c'est $0.082 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ dans le tube). Pendant que l'asymétrie était

disparue à la vitesse de $2.4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, avec $8.3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ il s'y formait une cylindrique, longue de 3 cm, entourée de tourbillons, et sujette à de petits changements oscillatoires.

Évidemment, en égard à la lenteur du mouvement et à la petitesse de la courbure des parois, il n'y pouvait pas être question des phénomènes de Helmholtz, et pourtant la veine caractéristique se formait.

En suite, ce tube fut attaché immédiatement au conduit d'eau (pression 3.5 atm.), pendant que l'extrémité inférieure communiquait avec un vaisseau — servant à mesurer la vitesse d'efflux — où la pression pouvait être réduite au moyen d'une trompe aspirante.

Tout d'abord, le tube fut rempli d'eau dans toute sa longueur.

Et alors, lorsque le robinet fut ouvert, il y apparaissait, en réalité, pour une certaine vitesse, le phénomène attendu: la veine d'eau en quittant le canal, se déchirait, ou bien se détachait du liquide environnant, ce qui était visible par suite de la formation d'une surface réfléchissante à l'intérieur. Mais le phénomène n'était pas du tout permanent, son caractère intermittent s'accusait par un bruit bourdonnant; aussi apercevait-on souvent des interruptions et, en général, une considérable irrégularité du phénomène.

En réglant l'efflux d'eau d'une façon convenable, on pouvait évaluer approximativement la vitesse critique, où ce phénomène apparaissait, à $24 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ dans le canal, tandis que la relation (3) exi-

gerait une vitesse de $14.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ pour l'abaissement de la pression de 78 cm. à zéro.

Et lorsque la pression extérieure p_2 fut réduite à 35.5 cm, par moyen de la trompe, le phénomène se produisait dès que la vitesse $14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ était atteinte, pour la pression de 25.5 cm à une vitesse

de $12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ce qui correspond aux valeurs théorétiques $9.7 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ et $8.2 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

En même temps l'aspect du phénomène changeait: avec la pression atmosphérique d'eau — toute claire jusqu'au moment où la vitesse critique est atteinte — devient trouble au delà, ce qui provient du dégagement d'une quantité de toutes petites bulles d'air, mais avec l'emploi des pressions basses il s'y forment des bulles grandes, comme dans de l'eau bouillante.

On pourrait s'attendre à trouver la vitesse d'efflux indépendante de la pression en amont p_1 , pourvu que la vitesse critique soit atteinte, puisqu'alors la pression à la sortie de l'orifice aurait toujours la même valeur: zéro. Mais cette conclusion n'a pas été véri-

/a
/a /é
/e
x

/a /:
/a

/e/e /e

/n
/ix

/a
/a /n
/e

/é

/é /ix

/ix

/a /é
/e

/es /x
/m

/a

x Hvu
/a /i
/ix /a

/é /é'

/e

/u
/é

/e

fiée par l'expérience, au contraire, on constatait toujours un accroissement de vitesse par suite de l'augmentation de la pression p_1 .

Les causes de cette divergence et des différences entre les valeurs calculées et observées des vitesses critiques sont sans doute les mêmes: d'une part le caractère instable, oscillatoire du phénomène et d'autre part la viscosité du liquide, qui défie tous les calculs basés sur l'abstraction des liquides idéals.

V.

Nous résumerons les conclusions définitives de ces expériences:

Le phénomène de Helmholtz, c'est à dire la rupture de la masse liquide quittant une petite ouverture, peut avoir lieu, en réalité, si la vitesse dépasse une valeur considérable (une vingtaine de mètres¹⁾, mais c'est un phénomène secondaire, qui n'a rien à faire avec la formation des veines d'efflux mêmes, qui peut commencer à des vitesses plus que cent fois plus petites.

D'ailleurs les expériences ne servent pas tout bien entendu, à confirmer l'hypothèse des surfaces de discontinuité de vitesse, qui nous paraît inadmissible pour des raisons expliquées au commencement. En général, la théorie de Helmholtz est très intéressante, sans doute, au point de vue théorique, puisqu'elle démontre la possibilité de tels phénomènes dans les liquides idéals, mais son application aux liquides réels n'est nullement justifiée, même pour des vitesses aussi grandes que celles que l'on a considérées, ce que démontre le fait de l'intermittence²⁾ du phénomène et le désaccord du calcul des vitesses et de l'observation directe.

Il semble que c'est un cas analogue à celui du mouvement des corps plongés dans un liquide, où les calculs basés sur l'hypothèse des liquides parfaits, et ne tenant pas compte ni de la dissipation de l'énergie ni de l'adhésion aux parois, aboutissent à des conclusions tout-à-fait incorrectes.

En outre, il faut remarquer que les solutions spéciales, trouvées jusqu'ici d'après cette méthode, exigent toutes des valeurs définies de la vitesse d'efflux pour une pression p_2 donnée, et ne répondent

¹⁾ Sans doute des vitesses beaucoup plus grandes encore seront nécessaires dans de l'eau purgée d'air.

²⁾ En connexion, sans doute, avec les „mouvements turbulents“ et la formation du son dans les tuyaux.

1/8 /q
/f- f-

/a

/ê

/du /e

/a

/u

/n /e

/o Hcé /a
/i

/i

/n Hcé /a

/u

/a

/e /a

S

/t

pas à la question de savoir ce qui arrive, si cette vitesse change par suite d'un changement de la pression p_1 (en amont de l'orifice).

Quant à la formation des veines d'efflux, les expériences ont prouvé que les lois de la similitude dynamique s'y appliquent parfaitement, ce qui est un argument important en faveur de notre explication, qui réduit ~~le~~ phénomène aux lois ordinaires des liquides visqueux, notamment aux effets d'inertie s'accroissant à mesure de la rapidité du mouvement (effets) par rapport aux de la viscosité du liquide.

Cette similitude dynamique donne le moyen de prédire la forme des lignes de flux d'après les fig. 3, 4, 5, 6, pour des liquides à densité et viscosité quelconque; de même il est facile d'en déduire l'influence des dimensions de l'orifice, à savoir: les vitesses correspondantes seront en proportion inverse aux dimensions et par conséquent, la veine se formera plutôt avec un orifice grand que petit¹⁾.

Cependant, l'explication donnée ne peut pas encore être considérée comme complète. Ce qui reste à faire, c'est la ~~calculer~~ ^{calculer} théorique des lignes de flux au moyen de cette théorie, et c'est là un problème sur lequel j'espère revenir dans l'avenir.

Laboratoire de physique à l'université de Léopol.

100. M. M. KOWALEWSKI. Studya helmintologiczne, część VIII. O nowym tasiemcu: *Tatria beremis*, gen. nov., sp. nov. (*Helminthological Studies, part VIII. On a new tapeworm: Tatria biremis*, gen. nov., sp. nov.). (Études helminthologiques VIII. Sur un nouveau ténia: *Tatria beremis* gen. nov., sp. nov. Mémoire présenté par M. L. Kulczyński m. c.

(Planches IX, X.)

The author describes in this paper a new representant of the subfamily Acoelinae Fuhrm., found by him in the intestine of a *Podiceps auritus* in Dublany (Galicia; Mai, 1903). Of the four genera, belonging to this group of tapeworms (4, p. 376), the genus *Acoelus* Fuhrm. bears the most resemblance to the tapeworm, mentioned above. Such difference however as absence of the lateral

¹⁾ C'est probable que l'épaisseur de la paroi et la forme du vaisseau seroient indifférentes, jusqu'à une certaine limite.

appendages of the proglottides, a great number (40—130) of testicles and in the first place the absence of a vaginal canal of the receptaculum seminis etc. in *Acoleus* does not allow to place the worm in question in this genus, wherefore the author proposes for it a new genus: *Tatria*. An accurate and critical analysis of the descriptions of two other tapeworms very similar to the tapeworm found by the author, namely *Taenia acanthorhyncha* Wedl 1855 and *Taenia scolopendra* Diesing 1856, and especially of the drawings adjoined to them in the papers of Wedl (8, p. 18, Tab. II, Fig. 19—22), Diesing (2, p. 35, Tab. VI, Fig. 22—27) and Krabbe (6, p. 304, Tab. VIII, Fig. 170—171) shows, that both the forms also must belong to the same genus. There is the diagnosis of this genus given by the author:

Tatria gen. nov. Proglottides with lateral appendages (Fig. 1, 2). Rostellum armed on its apex with a crown of few larger hooks and on its surface with many rings of little hooks. Genital organs single. Testicles not numerous (7?). Two seminal vesicles. Male genital opening regularly alternate (Fig. 1, 2, 7, 8, 9, 10). Receptaculum seminis in the middle axis of the proglottis (Fig. 9, 10, 12). Exterior end of its vaginal canal enters into the next posterior proglottis and joins there with receptaculum seminis of this proglottis (Fig. 9), forming in this manner a way for passing spermatozoons from one to another proglottis: a very important circumstance in case, if any of the proglottides were not fertilized immediately! Occurs in two different forms, as forma major (Fig. 2) and forma minor (Fig. 1). Hosts: Urinatores.

The new species of this new genus is characterized as follows:

Tatria biremis sp. nov. Maximal total length of body — 1,9 mm., maximal breadth — 0,7 mm. Length of rostellum (Fig. 3) about 0,41 mm. Number of hooks (Fig. 4) on its apex — 10. Their length — 0,044—0,050 mm. Number of rings (Fig. 3) of little hooks (long 0,004 mm.; Fig. 6) circa 30. Suckers and the posterior half of the head covered with minute spines (about 0,0012 mm. long; Fig. 5). Maximal number of proglottides 30, last 1—4 of them only include oncosphaerae with hooks. Number of testicles — 7 (Fig. 8, 10). Receptaculum seminis near the anterior border of the proglottis (Fig. 9, 10, 12). Longer diameter of oval embryo (Fig. 21) — 0,02 mm. Length of embryonal hooks — 0,008 mm. Host: *Podiceps auritus* Lath.

